

Prefácio para a 2ª edição

A 1ª edição do volume I (antigo volume único) de *500 Problemas Resolvidos de Física: ITA, IME e Olimpíadas* trouxe de alguma forma um impacto na vida estudantil do leitor. Uma lição nuclear que foi tirada é que para se estudar Física (ou outra disciplina, como Matemática, Química, História etc) é necessário lidar com situações-problema e tentar solucioná-las. Para isso, o aluno precisa ter suas bases de conhecimento fortes, que possam ser executadas na prática oferecida pelo cenário que o contém. Além disso, qualquer evento pode exigir do investigador mais conhecimento justamente para refinar o seu estudo científico. A Ciência anda por meio disso. É preciso perceber a realidade que nos cerca e tentar explicá-la, depois de muita reflexão em cima de dúvidas persistentes.

A 2ª edição continuará com esse propósito: excitar no leitor a busca de refletir sobre os fenômenos da Natureza diante de problemas que ela nos oferece. Isso é ser cientista! Nesta nova edição, troquei (e aperfeiçoei) alguns problemas (cf. os problemas 35, 61, 67 e 103), alterei algumas soluções, não por estarem erradas mas porque deixavam no leitor dúvidas e insegurança (cf. as soluções dos problemas 7, 58, 285, 299, 303, 358, 366 e 375), e alarguei os apêndices.

A coleção *500 Problemas Resolvidos de Física: ITA, IME e Olimpíadas*, contendo dois volumes com mil problemas solucionados, ficou bastante robusta (mais de 1.500 páginas). Vendo a resposta de alguns leitores criticando a falta de clareza em algumas resoluções, decidi fazer algumas modificações possíveis, como disse anteriormente. Essa obra foi desenhada justamente para servir como um material de consulta, fazendo com que o leitor reflita, desenvolva e conclua cada solução, em cima do caminho que coloco para ele. A principal motivação na

construção dessa coleção foi a lista de livros indianos espetaculares que fiz depois de perceber a semelhança na preparação de provas para IIT (Indian Institutes of Technology) e ITA. A banca de vestibular do ITA imita muito a banca indiana do IIT. Isso é uma constatação. Procure em Referências os livros do Tiwari, Pandey e Mishra. Eles me fizeram enxergar isso, assim, decidi fazer uma versão brasileira desse arsenal de estudo. O leitor pode consultar esses livros e ver que neles os autores são bastante implícitos nas soluções dos problemas, mas, não deixam perder o sentido delas. Caso o leitor queira entrar em contato comigo para detalhar melhor uma dada solução (felicio@fisica.ufc.br), estarei à disposição para esmiuçar qualquer problema que seja desses livros dessa coleção exclusiva e bonita lançada no Brasil!

Espero que *500 Problemas Resolvidos de Física: ITA, IME e Olimpíadas* desperte no leitor o amor à Física, tendo uma postura séria em tratar a sua realidade cientificamente. Além de ser um manual de problemas que agregam conhecimento, o estudante não pode jamais desistir de enfrentar um problema vendo que não tem envergadura para tal. O crescimento em tudo na vida humana depende de como tiramos da experiência vivida com as dificuldades. Desejo a você um excelente estudo! Um cordial abraço!

Prof. Dr. Thiago Felício de Souza

Como usar esta obra

É com muito carinho e precisão que lanço este volume I da coleção inédita *500 Problemas Resolvidos de Física: ITA, IME e Olimpíadas*, no Brasil, para dar suporte nos estudos preparatórios para os vestibulares militares e olimpíadas (inter)nacionais. Apesar do título ser “500 Problemas Resolvidos de Física: ITA, IME e Olimpíadas”, é possível cobrir outros segmentos, como o da Escola Naval, AFA, EsPCE_x, EFOMM etc. Cada questão está resolvida, com única ou mais possibilidades de solução, sob a preservação da qualidade na didática, exatidão e simplicidade. Existem aquelas que requerem o domínio do Cálculo sem extrapolações e outras que não exigem isso. Portanto, decidi construir um apêndice (Apêndice I) com fórmulas, identidades, conceitos de médias etc para a sua consulta. Nesse apêndice (Tópico C), discuti brevemente sobre uma aplicação exclusiva de derivada geométrica em curvas aceleradas (cf. os problemas 80, 87 e 138). O Apêndice II faz uma abordagem bastante breve do fluxo de gases ideais com densidade variável (compressíveis) afim de justificar a resolução do problema 273 (Capítulo 8). No final do Tópico H do Apêndice III, demonstrei o desvio da luz no referencial não-inercial do elevador e no Tópico I, tratei sobre o arrasto de Fresnel para ajudar a entender o problema 464 (cf. também os problemas 465 e 491). Preciso lhe sugerir este itinerário para o uso eficiente do referido livro:

- 1º) Os problemas estão divididos em assuntos justamente para dar direcionamento nos estudos localizados: Introdução à Física (25), Cinemática (31), Estática (23), Dinâmica (77), Gravitação (28), MHS (43), Fluidomecânica (23), Termologia (27), Ondulatória (21), Óptica Geométrica (22), Ótica Física (21), Eletrostática (32), Eletrodinâmica (20), Magnetismo (22),

Indução Eletromagnética (20) e Física Moderna (65). O número entre parênteses indica o número de problemas do assunto correspondente.

- 2º) Não aconselho usar essa obra sem haver outros livros, especificamente, teóricos. Caso contrário, torna-se incompleto o aprendizado. É natural que, ao fazer cada questão, o estudante se sinta inclinado a buscar ajuda com o objetivo de neutralizar sua dúvida e sua dificuldade. Essa maneira é a adotada aqui pois acredito muito nela no que diz respeito à aprendizagem robusta. Então, não fique desmotivado quando não conseguir resolver uma questão. Busque como tratá-la, entendê-la etc. Esse é o caminho verdadeiro do estudante porque o elo entre conhecimento dos fundamentos e prática é inquebrável.
- 3º) Sinceramente, quando pensei em escrever esta obra, foquei no público militar, mas vi que o pessoal olímpico pode fazer uso dela sem preocupações.
- 4º) Indiquei materiais no final do livro. Peço que o leitor preste muita atenção na bibliografia pois existem indicações confiáveis, que são contempladas pelas bancas.

Na leitura da obra, usei algumas abreviações e símbolos matemáticos e físicos:

SI	Sistema Internacional de Unidades
QED	<i>Quod Erat Demonstrandum</i> (Como Queríamos Demonstrar)
SPG	Sem Perda de Generalidade
\mathbb{C}	Conjunto dos Números Complexos
\mathbb{R}	Conjunto dos Números Reais
\mathbb{Z}	Conjunto dos Números Inteiros
\mathbb{Z}_+	Conjunto dos Números Inteiros Positivos
$[x]$	Maior Inteiro que Não Excede x
\mathbb{N}	Conjunto dos Números Naturais
\mathbb{R}^2	Espaço Euclidiano Bidimensional Real (Plano Cartesiano)
\mathbb{R}^3	Espaço Euclidiano Tridimensional Real
OP	Segmento de Reta
\overrightarrow{OP}	Segmento de Reta Orientado
$a, b, c, \dots, A, B, C, \dots, \alpha, \beta, \dots$	Quantidades Escalares

$\pi = 3, 14159265359\dots$	Número Pi
$e = 2, 7182818284\dots$	Número Neperiano
$i = \sqrt{-1}$	Unidade Imaginária de \mathbb{C}
z	Número Complexo
z^*	Conjugado de z
$ z $	Módulo de z
$\arg(z)$	Argumento de z
$f_m(x), \overline{f(x)}$	Valor Médio de $f(x)$
$\vec{a}, \vec{b}, \dots, \vec{A}, \vec{B}, \dots$	Quantidades Vetoriais
x_i	Vetor de n Componentes Reais ($1 \leq i \leq n$)
\hat{x}_i	Vetor Unitário na i -ésima Direção
$\{\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}\}$	Base Canônica para \mathbb{R}^3
\cdot, \times	Operações de Produtos Escalar e Vetorial
$M = M_{ij}$	Matriz com m Linhas e n Colunas ($1 \leq i \leq m$ e $1 \leq j \leq n$)
$M^T = M_{ji}$	Matriz Transposta de M
m_e, m_p	Massas (de Repouso) do Elétron (e) e do Próton (p)
e	Carga Elétrica Elementar
F	Constante de Faraday
u	Unidade de Massa Atômica (1/12 da massa de ^{12}C)
ϵ_0	Permissividade Elétrica no Vácuo
μ_0	Permeabilidade Magnética no Vácuo
$k_0 = 1/(4\pi\epsilon_0)$	Constante Eletrostática de Coulomb no Vácuo
h	Constante de Planck
$\hbar = h/(2\pi)$	Constante de Planck Reduzida (Constante de Dirac)
c	Velocidade da Luz no Vácuo
R	Constante Universal dos Gases Ideais
G	Constante Gravitacional Universal de Newton
k_B	Constante de Boltzmann
N_A	Número de Avogadro
σ	Constante de Radiação Térmica de Stefan-Boltzmann
r_B, R_y	Raio de Bôhr e Constante de Rydberg

Logo, desejo-lhe um bom aprendizado e sucesso!

Prof. Dr. Thiago Felício de Souza

Capítulo 1

Introdução à Física

1.1 Algarismos Significativos, Desvios e Erros

001 Uma quantidade física é dada por $X = M^a L^b T^{-c}$. Se os erros percentuais de medida para M , L e T são α , β e γ , respectivamente, obtenha o erro percentual para X .

002 O lado de um cubo é medido por um paquímetro de Vernier (10 divisões de uma escala de Vernier coincide com 9 divisões da escala principal, onde 1 divisão dessa escala é 1 mm). A escala principal lê 10 mm e a primeira divisão da escala de Vernier coincide com a escala principal. A massa do cubo é medida por uma balança calibrada (ver figura 1-1) e encontra-se o valor de 2,736 g. Determine a densidade do cubo, em g/cm^3 .

(A) 2,00

(C) 2,66

(E) 4,00

(B) 2,23

(D) 4,46

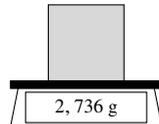


Fig. 1-1

- 017 Qual é o menor valor para o módulo da resultante entre os vetores \vec{A} e \vec{B} , mostrados na figura 1-6, sabendo que $A = 4\mu$?

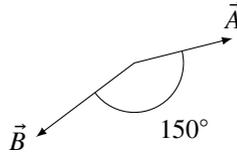


Fig. 1-6

- 018 Em qual das alternativas representa o vetor resultante dos vetores na figura 1-7 abaixo?

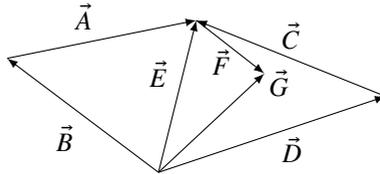


Fig. 1-7

- 019 A figura 1-8 mostra três vetores coplanares, sendo a direção do vetor \vec{C} definida por θ ($45^\circ < \theta < 90^\circ$) e $A = B = a$. Determine o valor máximo do módulo da resultante horizontal desse sistema.

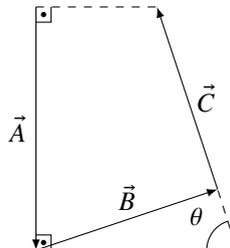


Fig. 1-8

Capítulo 2

Cinemática

2.1 Equação Horária de um Movimento e Trajetória

026 Três microfones, situados numa mesma reta (ver figura 2-1), em A , B e C , detectam nos instantes t_A , t_B e t_C ($t_A > t_B > t_C$) o som de uma dada explosão em O , que pertence ao segmento AC . Determine AO .

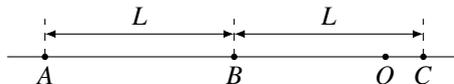


Fig. 2-1

027 Uma das extremidades de uma haste delgada homogênea se movimenta sobre um solo horizontal liso, com velocidade \vec{v} , enquanto a outra é livre de contato com essa superfície (ver figura 2-2). Essa haste também toca uma superfície cilíndrica, também, lisa. Mostre que quando o centro de gravidade entra em contato com aquela superfície cilíndrica, as extremidades terão a mesma velocidade v , em módulo.

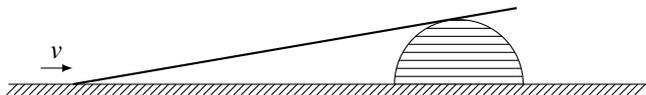


Fig. 2-2

- (A) $2\sqrt{aL}$ (B) $\sqrt{2aL}$ (C) \sqrt{aL} (D) $3\sqrt{aL}$ (E) $\sqrt{3aL}$

- 035 (a) A figura 2-5I mostra um pedaço da trajetória de uma bolinha de borracha, que se movimenta dentro de um cilindro fixo com eixo vertical e raio R . Despreze o efeito causado pela gravidade em seu movimento. A menor distância entre o eixo e a bolinha é h . Se as colisões são elásticas entre a bolinha e a superfície interna do cilindro, qual a fração de tempo gasto pela bolinha quando está a uma distância x do eixo ($h < x < r$)?

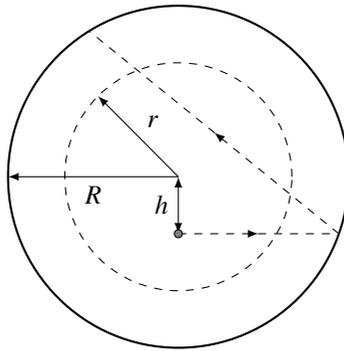


Fig. 2-5I

- (b) Numa mesa de sinuca plana e lisa de lados a e $b > a$ é lançada por um ângulo θ uma bola muito próxima de uma das caçapas do lado maior (ver figura 2-5II). Considere que todas as colisões entre a bola e as paredes dessa mesa sejam perfeitamente elásticas. Obtenha os ângulos em que a bola retorna ao ponto de projeção.

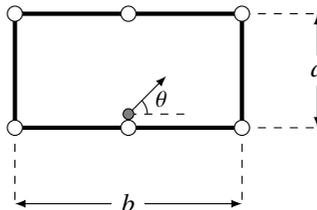


Fig. 2-5II

- 038 Um cão está perseguindo uma raposa, que se move com velocidade constante \vec{v}_1 ao longo de uma linha reta. O módulo da velocidade do cão é constante e igual a v_2 , mas a direção dessa velocidade é sempre direcionada para a raposa. A distância entre os animais era l no momento em que seus vetores velocidades eram perpendiculares. (a) Naquele instante, qual era o módulo da aceleração do cachorro? (b) Quanto tempo o cão gastará para pegar a raposa?
- 039 A extremidade de uma corda de massa insignificante foi presa num ponto da superfície lateral de um cilindro, não muito afastado do solo. O cilindro está fixado numa superfície horizontal lisa, com seu eixo vertical (ver figura 2-8). A corda foi enrolada n vezes ao redor do cilindro. Na extremidade livre da corda foi amarrada uma bolinha, que é dada a ela uma velocidade horizontal v . Quanto tempo será gasto pelo corpo para desenrolar a corda completamente?

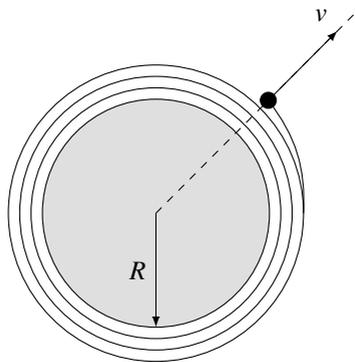


Fig. 2-8

2.2 Estudo Gráfico do Movimento

- 040 Um ponto material move-se ao longo de uma linha reta. Diga como serão os gráficos $x(t)$ e $v(t)$ conhecendo-se $v(x)$ para as seguintes situações de diagrama: (a) um retângulo de lados $2x_0$ e $2v_0$ (ver figura 2-9I) e (b) um círculo de raio x_0 (ou v_0) (ver figura 2-9II).

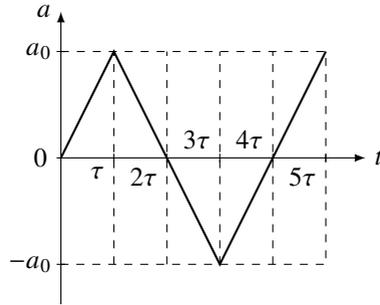


Fig. 2-11

- 043 O gráfico da figura 2-12 a seguir mostra como muda a velocidade v de um corpo com o tempo t . O diagrama é circular. A velocidade máxima é v_0 , e o tempo de percurso é t_0 . Determine o espaço percorrido pelo objeto nesse tempo.

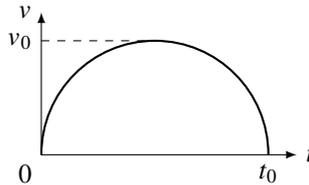


Fig. 2-12

- 044 Um corpo movimenta-se durante um tempo τ com velocidade constante e igual a v_0 . Depois, sua velocidade cresce linearmente até 2τ (ver figura 2-13), cujo valor nesse instante é $2v_0$. Determine a distância percorrida pelo móvel entre $t = 0$ a $t > \tau$.

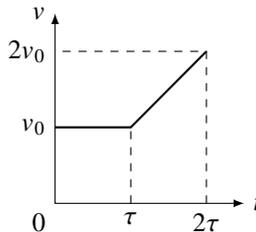


Fig. 2-13

2.4 Movimento Circular

- 049 Um rolo de papel desenrola-se de maneira que a velocidade do cabo da cinta de papel é constante e igual a \vec{v} (ver figura 2-18). Em $t = 0$, o raio do rolo era R . Qual será a velocidade angular do rolo no instante posterior t ? A espessura do papel é $h \ll R$.

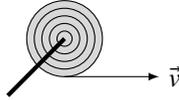


Fig. 2-18

- 050 Uma bobina rola num plano horizontal sem deslizamento por meio de um fio, que faz um ângulo α com a horizontal e é puxado com velocidade \vec{v} (ver figura 2-19). Determine a velocidade do eixo e a velocidade de rotação da bobina. Para quais valores de α a bobina irá se mover para a esquerda/direita? Considere o fio comprido tal que α seja constante.

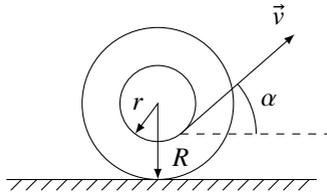


Fig. 2-19

- 051 Uma bolinha é perfurada por uma argola de raio R (ver figura 2-20). A partir de um ponto O sobre ela é articulada uma haste que deverá empurrar a bolinha com velocidade angular ω (em relação a O). Determine a magnitude da aceleração desse corpo.

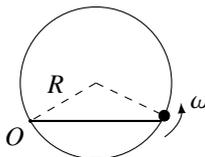


Fig. 2-20

Capítulo 3

Estática

3.1 Conceito de Força e Equilíbrio de uma Partícula

057 Dois cilindros idênticos estão suspensos por fios inextensíveis de mesmo comprimento. Entre eles é colocado outro cilindro com as mesmas dimensões mas com o dobro da massa dos outros (ver figura 3-1). Se o ângulo entre os fios é α e o atrito é desprezível, determine o ângulo β para que o sistema esteja em equilíbrio.

Dado: a gravidade local é \vec{g}

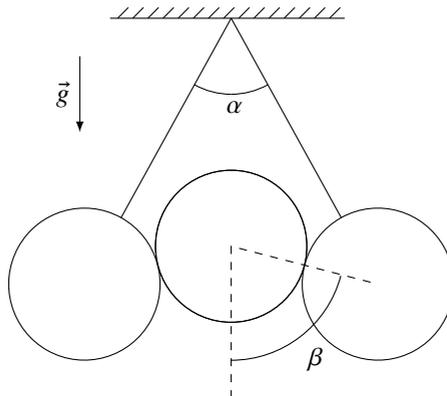


Fig. 3-1

- 061 Francisco, quando termina de brincar com suas bolinhas de gude, tem sempre o costume de colocá-las dentro de um recipiente cilíndrico de acrílico. Os centros das bolinhas devem pertencer ao plano meridional do recipiente, como mostra a figura 3-4 abaixo. Considere que x seja a quantidade de bolinhas guardadas nesse recipiente. Com respeito à reação N entre as bolinhas 1 e 2, é correto afirmar que ($a \neq 0$, b e c são constantes)

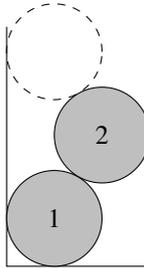


Fig. 3-4

- (A) dependerá linearmente de x , ou seja, $N = ax + b$.
 (B) dependerá linearmente de x , ou seja, $N = ax$.
 (C) dependerá quadraticamente de x , ou seja, $N = ax^2 + bx + c$.
 (D) dependerá quadraticamente de x , ou seja, $N = ax^2$.
 (E) dependerá quadraticamente de x , ou seja, $N = ax^2 + c$.
- 062 Uma conta C é enfiada por um arame parabólico $y = ax^2 + bx$ ($a < 0$) (ver figura 3-5). Qual deve ser o valor do coeficiente de atrito, entre a conta e o arame, para que a altura máxima h de equilíbrio da conta seja garantido?

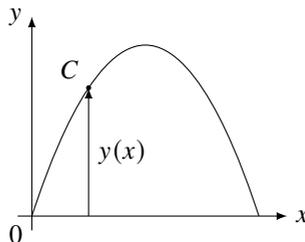


Fig. 3-5

- 066 Um menino levanta uma pilha de vários livros idênticos pressionando com força com as mãos. O coeficiente de atrito estático entre a mão e um livro é 0,40, entre os livros é 0,25 e a massa de um livro é 400 g. Agora o menino começa a diminuir a pressão aos poucos. Quando a componente horizontal da força aplicada pelo menino se torna 120 N, os livros estão prestes a cair. Quantos livros há na pilha? Qual o módulo da força de atrito entre o terceiro e o quarto livro?

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$ (gravidade local)

- (A) 15 livros; 20 N (C) 17 livros; 20 N (E) 30 livros; 40 N
 (B) 15 livros; 22 N (D) 17 livros; 22 N

3.2 Torque e Equilíbrio de um Corpo Rígido

- 067 O cilindro 1 de peso P se apóia em dois cilindros idênticos de peso Q como mostra a figura 3-8I. O coeficiente de atrito entre os cilindros é μ_0 e o entre os cilindros 2 e 3 e o solo, μ . Determine os valores máximo e mínimo de α (ângulo entre a vertical e o segmento de reta que liga os centros dos cilindros inferior e superior) e μ , respectivamente, para que o sistema esteja em equilíbrio.

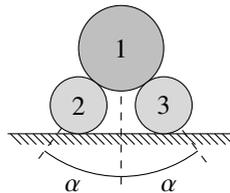


Fig. 3-8I

A figura 3-8II mostra uma outra situação, em que os cilindros são todos idênticos entre si, com peso P , o coeficiente de atrito entre os cilindros 1, 2, 3, ..., m , dois-a-dois, é μ e o coeficiente de atrito entre os cilindros 2, 3, ..., m e o solo é μ . Nesse caso, obtenha o menor valor de m que

$$(A) \frac{\sqrt{l^2 a^2 + x^2 (2al - x^2)} - al}{x^2}$$

$$(D) \frac{\sqrt{l^2 a^2 + x^2 (al - x^2)} + 2al}{x^2}$$

$$(B) \frac{\sqrt{l^2 a^2 + x^2 (2al - x^2)} + al}{x^2}$$

$$(E) \frac{\sqrt{l^2 a^2 + x^2 (2al - x^2)} - 2al}{x^2}$$

$$(C) \frac{\sqrt{l^2 a^2 + x^2 (al - x^2)} + al}{x^2}$$

- 076 Usando um pedaço de arame uniforme e homogêneo, forma-se um quadrado de lado a . Suspende-se o sistema a um prego como indicado na figura 3-17 abaixo. O coeficiente de atrito entre o prego e o arame é μ . Acerta-se a posição do sistema, de modo que ele esteja na iminência de escorregar. Determine a distância x do prego ao vértice superior A do quadrado.

Dado: a gravidade local é \vec{g}

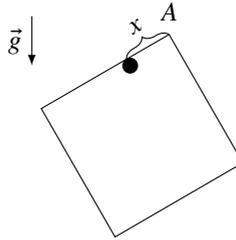


Fig. 3-17

- 077 Um corpo com cunhas colocadas em seus lados, está entre dois planos paralelos como mostra a figura 3-18. Determine o ângulo limite do vértice de cada cunha, para que o corpo somente se mova para a direita. Os coeficientes de atrito das cunhas com os planos e o corpo são iguais a μ_1 e μ_2 , respectivamente. Despreze a ação da gravidade.

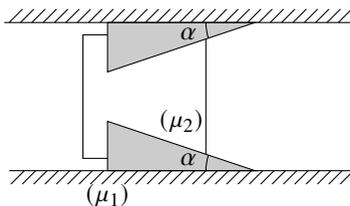


Fig. 3-18

Capítulo 4

Dinâmica

4.1 Dinâmica do Movimento Retilíneo

- 080 Uma corrente flexível e homogênea de comprimento l repousa sobre uma superfície esférica de raio r e lisa (ver figura 4-II). A gravidade local é \vec{g} . Na configuração da figura 4-III, qual será o módulo da aceleração da corrente? A distância da extremidade superior da corrente à vertical y é x . Considere que $l \ll r$.

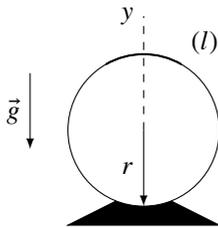


Fig. 4-II

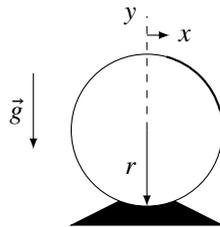


Fig. 4-III

- (A) $\left(\frac{l}{2r^2} \sqrt{r^2 - x^2} + \frac{x}{r} \right) g$
- (B) $\left(\frac{l}{2r^2} \sqrt{r^2 - x^2} - \frac{x}{r} \right) g$
- (C) $\left(\frac{1}{r} \sqrt{r^2 - x^2} + \frac{x}{2l} \right) g$
- (D) $\left(\frac{1}{r} \sqrt{r^2 - x^2} - \frac{x}{2l} \right) g$
- (E) $\left(\frac{2}{3r} \sqrt{r^2 - x^2} - \frac{x}{2l} \right) g$

Qual é a condição para F capaz de fazer B não deslizar sobre C ?

Dados: $m_A = m_C = M$; $m_B = m$ e g é a gravidade local

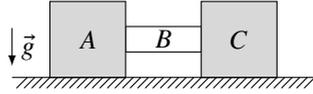


Fig. 4-5

(A) $F < \frac{Mg}{\mu} \left(\frac{M}{m} + 1 \right)$

(D) $F > \frac{Mg}{\mu} \left(\frac{M}{m} - 1 \right)$

(B) $F < \frac{Mg}{\mu} \left(\frac{M}{m} + 2 \right)$

(E) $F > \frac{mg}{\mu} \left(\frac{m}{M} + 2 \right)$

(C) $F > \frac{Mg}{\mu} \left(\frac{M}{m} - 1 \right)$

087 A corrente situa-se no plano vertical, sobre a superfície de um quadrante circular, presa por uma corda, em A (ver figura 4-6). Calcule a tração na corrente, em termos de θ , imediatamente após a corda ser cortada. Despreze o atrito e a corrente tem densidade linear constante λ .

Dado: a gravidade local é \vec{g}

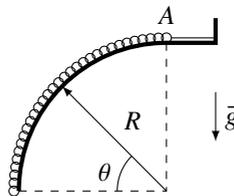


Fig. 4-6

088 Um estudante de Mecânica do ITA quer realizar a seguinte experiência: determinar o movimento inicial de um disco homogêneo sobre uma superfície horizontal áspera não-homogênea. Suponha que essa superfície seja dividida por duas regiões rugosas, cujos coeficientes de atrito são μ_1 e μ_2 ($\mu_1 > \mu_2$) (ver figura 4-7). O disco é posto para girar. Depois, é colocado sobre essa superfície, de tal forma, que seu centro esteja na interface. Nesse

alinhado com o centro da Terra, porém devido à força de Coriolis há um pequeno desvio, com relação à vertical, que depende da posição (latitude) onde este é posicionado. Determine o desvio angular com relação ao centro da Terra que aparece num pêndulo posicionado numa latitude ϕ devido à rotação da Terra.

Dados: R (raio da Terra); ω (velocidade de rotação da Terra); m (massa do pêndulo) e g (aceleração gravitacional na superfície da Terra, em módulo)

- 104 Um piloto de corrida tipo *dragster* dirige um carro com aceleração a e velocidade instantânea v . Os pneus de raio r não estão derrapando. Determine qual ponto sobre o pneu tem a maior aceleração em relação à pista. Qual é essa aceleração, em módulo?
- 105 Uma corrente homogênea e uniforme de massa m envolve um cilindro de raio R . Desprezando quaisquer deslizamentos da corrente sobre o cilindro, determine o módulo da tração nela quando esse cilindro é posto para girar em torno do seu eixo com velocidade angular ω .

4.4 Impulso

- 106 Sobre um piso liso e horizontal, existe um disco A , unido a uma vareta fina C por um fio de comprimento l . Na posição inicial, o fio está tensionado. Ao lado contrário da vareta, a uma distância $l/2$, é feito um buraco B (ver figura 4-17). Mostre que o ângulo α , para que A entre em B , após ser lançado, seja igual a 30° .

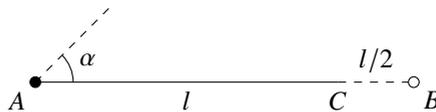


Fig. 4-17

- 107 Suponha que em algum ambiente a força de resistência \vec{F}_r para o movimento corporal depende da velocidade \vec{v} como $F_r = kv^n$ ($k > 0$ e $n \in \mathbb{Z}$). De-

termine todos os valores n que permitam ao corpo percorrer uma distância muito grande, depois de sofrer um impulso inicial.

- (A) $0 < n < 1/2$ (C) $0 < n \leq \sqrt{2}$ (E) $n \geq 2$
 (B) $-1/2 < n < 1/2$ (D) $-\sqrt{2} \leq n \leq \sqrt{2}$

108 Um fluxo de partículas (λ) atinge perpendicularmente um obstáculo impenetrável e fixo com velocidade \vec{v}_0 . A velocidade de reflexão é \vec{v} . A magnitude da força exercida pelo anteparo sobre o feixe será

- (A) $\lambda(v_0^2 - v^2)$. (C) $\lambda(v_0 + v)^2/2$. (E) $\lambda v_0(v_0 + v)/2$.
 (B) $\lambda(v_0 + v)^2$. (D) $\lambda v_0(v_0 + v)$.

109 Determine o ângulo de desvio da bola metálica de massa m depois de ter colidido com um obstáculo de massa M . O sistema está sobre uma mesa plana e horizontal (ver figura 4-18). O coeficiente de restituição da colisão é e , e o coeficiente de atrito entre a bola e o obstáculo é μ .

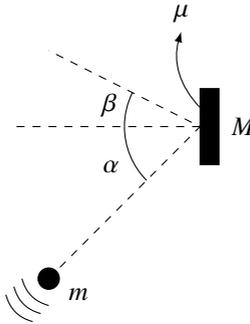


Fig. 4-18

- (A) $\operatorname{tg} \beta = \left(\frac{M + m}{eM - m} \right) (\operatorname{tg} \alpha - \mu) - \mu$
 (B) $\operatorname{tg} \beta = \left(\frac{M + m}{eM - m} \right) (\operatorname{tg} \alpha + \mu) + \mu$
 (C) $\operatorname{tg} \beta = \left(\frac{M + m}{eM + m} \right) (\operatorname{tg} \alpha - \mu) - \mu$

de ter seu movimento cessado. Sendo m a massa da aeronave, qual será a aceleração do avião quando possui uma velocidade \vec{v} ? Nesse instante, a posição dos elos engatados, em relação à $x = 0$ (início do engate), é $x > 0$.

4.5 Momento Linear

- 116 A figura 4-22 mostra n esferas iguais, cada uma com massa m , suspensas em linha, por fios iguais, quase se tocando uma na outra. Se a esfera 1 parte do repouso, na posição dada em linha interrompida, e choca-se com a 2, com velocidade v_1 , obtenha uma expressão para a velocidade v_n da esfera de ordem n , imediatamente após ser atingida pela esfera $n - 1$. O coeficiente de restituição comum é e .

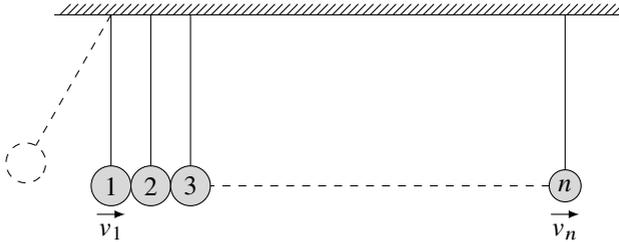


Fig. 4-22

- 117 Duas pequenas bolas são enfiadas por uma haste horizontal e comum, sem massa e sem atrito, que tem uma das extremidades fixa a uma parede vertical. A bola mais leve, com massa m , encontra-se a uma grande distância D dessa parede e é estacionária. A outra bola, cuja massa é $M \gg m$, aproxima-se de m (ver figura 4-23). Todas as colisões são elásticas. Qual será a menor distância alcançada por M da mesma parede?

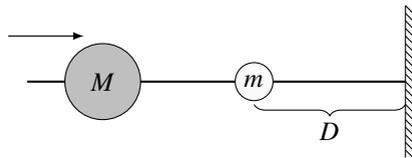


Fig. 4-23

Em dado instante, corta-se esse e o ponto material atinge a cunha com velocidade \vec{v}_0 . O coeficiente de restituição é e . Mostre que a velocidade da cunha após a 1ª colisão tem magnitude igual a

Dado: a gravidade local é \vec{g}

$$u_1 = \frac{mv_0(1+e)\cos\alpha\sin\alpha}{M+m\sin^2\alpha}.$$

Após a 1ª colisão, a partícula volta a colidir com o plano inclinado. Disso, qual será a distância percorrida por ela ao longo da superfície oblíqua (entre as 1ª e 2ª colisões)?

- 123 Um pequeno disco de massa M é conectado com dois pequenos discos idênticos, cada um de massa m , com a ajuda de dois fios inextensíveis cada um de comprimento l . Inicialmente o sistema repousa sobre um piso horizontal liso com os discos em linha reta e o fio reto (ver figura 4-26). Agora, o disco do meio é projetado ao longo do chão com velocidade \vec{u} perpendicular aos fios. Encontre a tensão nos fios quando os discos estiverem prestes a colidir.

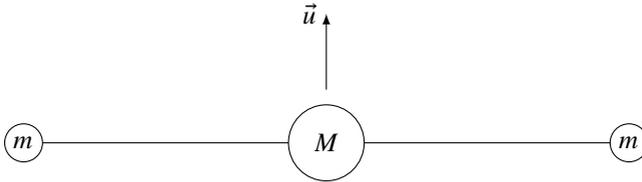


Fig. 4-26

- (A) $\frac{2Mu^2}{l}$ (C) $\frac{2mu^2}{l}$ (E) $\frac{M^2m}{(2m+M)^2} \frac{u^2}{l}$
 (B) $\frac{mM}{(m+M)} \frac{u^2}{l}$ (D) $\frac{Mu^2}{l}$

- 124 Uma pequena bola é abandonada de uma altura h acima de um plano inclinado, conforme mostrado na figura 4-27. Suponha que todas as colisões sejam elásticas. Encontre a proporção dos alcances consecutivos ao longo da inclinação $A_1 : A_2 : A_3 : \dots$.

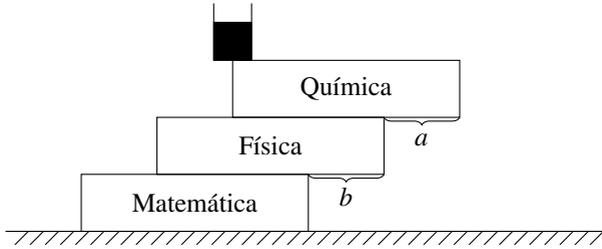


Fig. 4-29

- 127 Dentro de uma casca esférica suave de raio R , uma bola de mesma massa e raio $R/4$ é abandonada da posição indicada na figura 4-30. Calcule a distância percorrida pela casca quando a bola atinge sua posição mais baixa em relação ao solo.

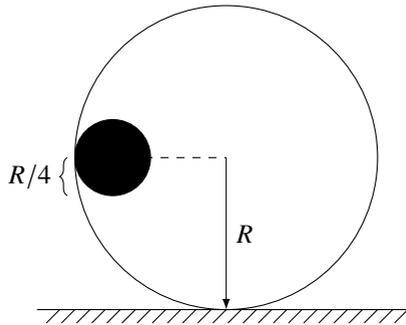


Fig. 4-30

- (A) $\frac{R}{2}$ (B) $\frac{R}{4}$ (C) $\frac{3R}{4}$ (D) $\frac{R}{8}$ (E) $\frac{3R}{8}$

- 128 O anel A de massa m , na figura 4-31, pode deslizar-se ao longo de uma barra horizontal XY . Por sua vez, está preso a um bloco B de massa M por meio de um fio indeformável e leve de comprimento L . Esse bloco é abandonado do repouso, com o fio na direção horizontal. Determine quanto A se moverá quando B passar pela sua posição mais baixa.

Dado: a gravidade local é \vec{g}

- 134 Um pequeno corpo está suspenso, por um fio, conforme é mostrado na figura 4-33. O comprimento do fio é l . Determine o menor valor da velocidade do corpo, v_0 , capaz de fazer com que ele atinja o ponto P .

Dado: a aceleração da gravidade local é \vec{g}

- (A) $\sqrt{gl(2 + \sqrt{3})}$ (D) $\sqrt{gl(1 + \sqrt{3})}$
 (B) $\sqrt{2gl(2 + \sqrt{3})}$ (E) $\sqrt{gl(1 + \sqrt{2})}$
 (C) $\sqrt{2gl(\sqrt{2} + \sqrt{3})}$

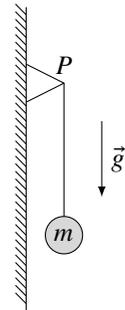


Fig. 4-33

- 135 Um tubo cilíndrico de raio R tem seu eixo paralelo a uma superfície horizontal. Considere que esse esteja fixo à superfície. Uma partícula é abandonada de algum ponto (fora do eixo) P , dentro do tubo (ver figura 4-34). A aceleração da gravidade é \vec{g} . Depois de três colisões com a parede desse tubo, ela retorna à P . Determine o tempo gasto pela partícula para retornar a esse ponto. Suponha que todas as colisões, entre a partícula e a parede do tubo, são elásticas.

Dado: a gravidade local é \vec{g}

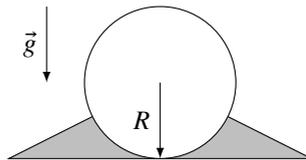


Fig. 4-34

- (A) $\sqrt{\frac{2R\sqrt{10}}{3g}}$ (C) $\sqrt{\frac{4R\sqrt{10}}{5g}}$ (E) $\sqrt{\frac{R\sqrt{10}}{5g}}$
 (B) $4\sqrt{\frac{2R\sqrt{10}}{3g}}$ (D) $\sqrt{\frac{2R\sqrt{10}}{5g}}$

- 138 Um cabo flexível desliza no interior de uma tubulação vertical, fina e lisa. Os arcos AB e BC são circulares de mesmo raio (ver figura 4-37). Em dado instante, a extremidade inferior do cabo está em C e a superior, em A . Determine o módulo da sua aceleração nesse instante.

Dado: a gravidade local é \vec{g}

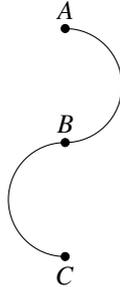


Fig. 4-37

- 139 Um carrinho rígido de rodas pontuais e idênticas, com comprimento l , move-se inicialmente sobre um solo horizontal com velocidade \vec{v} (ver figura 4-38). Em dado momento, aproxima-se de uma região inclinada (α) e sobe sobre ela totalmente, sem que haja perda de contato dos pneus com o solo (mesmo na entrada ao plano inclinado). Determine a velocidade, em módulo, do carrinho imediatamente após ingressar por completo no active.

Dado: a gravidade local é \vec{g}

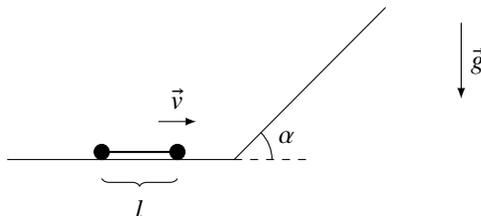


Fig. 4-38

- (A) $\frac{g}{\pi}$ (B) $\frac{2g}{\pi}$ (C) $\frac{3g}{\pi}$ (D) $\frac{4g}{\pi}$ (E) $\frac{g}{2\pi}$

- 145 Determine o trabalho efetuado pela força de atrito, por ciclo, sobre um tremó que executa um trecho circular vertical com velocidade constante em módulo v , sabendo que o coeficiente de atrito entre ele e o trecho é μ .

(A) $-mv^2/2$ (C) $-2\pi\mu mv^2$ (E) $-\pi\mu mv^2/2$
 (B) $-mv^2$ (D) $-\pi\mu mv^2$

- 146 Um cilindro de paredes finas e raio R é colocado para girar até atingir uma velocidade angular ω , e depois, posto em contato mútuo com uma parede vertical e um solo horizontal (ver figura 4-42), ambos com coeficiente de atrito igual a μ . Quantas voltas esse cilindro executará até parar?

Dado: a gravidade local é \vec{g}

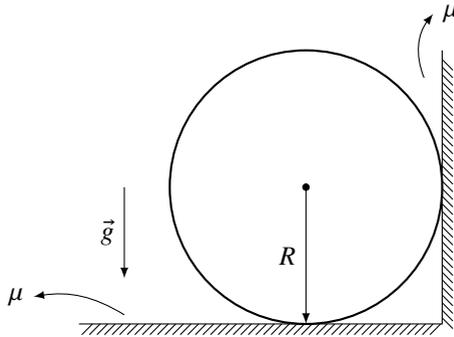


Fig. 4-42

(A) $\frac{\omega^2 R(1 + \mu^2)}{4\pi g \mu(1 + \mu)}$ (C) $\frac{\omega^2 R(1 + 2\mu^2)}{4\pi g \mu(1 + \mu)}$ (E) $\frac{\omega^2 R(1 + \mu^2)}{\pi g \mu(1 + 2\mu)}$
 (B) $\frac{\omega^2 R(1 + \mu^2)}{\pi g \mu(1 + \mu)}$ (D) $\frac{\omega^2 R(1 + 2\mu^2)}{\pi g \mu(1 + \mu)}$

- 147 Sobre duas rodas de massas desprezíveis de raios diferentes é colocada uma tábua pesada que forma um ângulo α com a horizontal (ver figura 4-43). Determine a aceleração da tábua, em módulo. Despreze quaisquer deslizamentos.

Dado: a gravidade local é \vec{g}

150 Um anel de massa m desliza sobre uma barra vertical lisa. Amarrado a ele, por meio de um fio leve, existe uma carga de massa M . Esse fio passa por um prego. Na situação inicial, o anel está na mesma altura do prego (a uma distância l dele) e a carga, suspensa, ambos em repouso. Em dado instante, o anel desce e atinge uma nova posição de equilíbrio (instável). Quanto o anel desceu? Considere $M > m$.

151 Duas pequenas bolas idênticas, A e B , presas a um fio leve e inextensível de comprimento l estão sobre uma mesa plana, lisa e horizontal. Uma delas (B) sofre um impulso vertical, que a faz adquirir uma velocidade \vec{v}_0 para cima (ver figura 4-46). A bola A perderá contato quando o fio estiver na vertical e a sua tensão tiver o maior módulo possível.

Dado: a gravidade local é \vec{g}

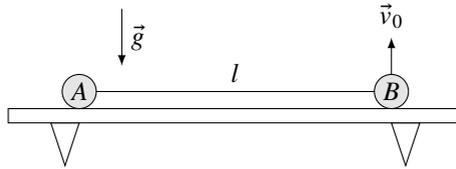


Fig. 4-46

(a) Mostre que a trajetória seguida por B é um arco de elipse de semieixos $l/2$ e l .

(b) Calcule o raio de curvatura dessa trajetória no seu ponto mais elevado.

(c) Determine todos os valores de v_0 que permitem o fio ficar esticado sem haver perda de contato da bola A com a mesa.

152 Dois blocos idênticos de massa m estão empilhados sobre uma superfície lisa, horizontal e plana, sendo que o superior está acoplado a uma mola ideal horizontal leve de constante elástica k (ver figura 4-47). O coeficiente de atrito entre eles é μ . Um outro bloco maior de massa M aproxima-se do conjunto com velocidade \vec{v}_0 . Qual condição deverá obedecer k para que não haja movimento relativo de um dos blocos menores em relação ao outro.

Dado: a gravidade local é \vec{g}

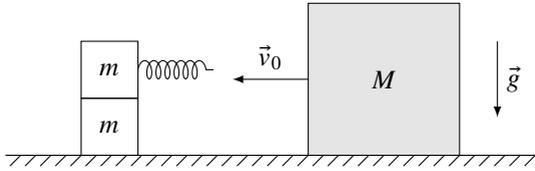


Fig. 4-47

- (A) $\frac{\mu^2 g^2 m}{v_0^2} \left(2 + \frac{4m}{M} \right)$ (C) $\frac{\mu^2 g^2 m}{v_0^2} \left(1 + \frac{m}{M} \right)$ (E) $\frac{\mu^2 g^2 m}{v_0^2} \left(1 + \frac{3m}{M} \right)$
 (B) $\frac{\mu^2 g^2 m}{v_0^2} \left(2 + \frac{m}{M} \right)$ (D) $\frac{\mu^2 g^2 m}{v_0^2} \left(1 + \frac{2m}{M} \right)$

153 A energia cinética E_{cin} de uma partícula, que se move sobre um círculo de raio r depende do espaço percorrido s como $E_{\text{cin}} = \alpha s^2$, onde α é uma constante. Determine o módulo da força resultante atuante nela.

- (A) $2\alpha s^2/r$
 (B) $2\alpha s\sqrt{r^2 + s^2}/r$
 (C) $2\alpha s$
 (D) 2α
 (E) $2\alpha/s$

154 Uma partícula de massa m executa um movimento circular uniforme de raio r . Determine a magnitude da velocidade dela quando a sua energia potencial (E_{pot}) é da forma

- (a) $E_{\text{pot}} = \alpha r$ ou
 (b) $E_{\text{pot}} = \beta r^2$, onde $\alpha, \beta > 0$ são constantes.

155 Três massas idênticas m estão unidas por meio de molas ideais com a mesma constante elástica k (ver figura 4-48). Em dado momento, comunica-se a cada uma delas a mesma velocidade v , em linhas que passam pelo baricentro do triângulo (G). Determine a distância percorrida por cada massa antes de parar.

Capítulo 5

Gravitação

- 157 Um satélite que se move de Oeste (O) para Leste (L), em órbita equatorial, é observado por uma estação de rastreamento localizada sobre o equador (ver figura 5-1). A altitude do perigeu é h e a do apogeu é $H > h$. Sabendo que o perigeu situa-se diretamente acima da estação e que o satélite passa nesse ponto com a velocidade \vec{v} , determine uma expressão para a velocidade angular Ω' (relativa à Terra), na qual o prato da antena deva ser girado, quando o satélite estiver diretamente acima. A velocidade angular da Terra é ω e a gravidade na superfície terrestre é g .

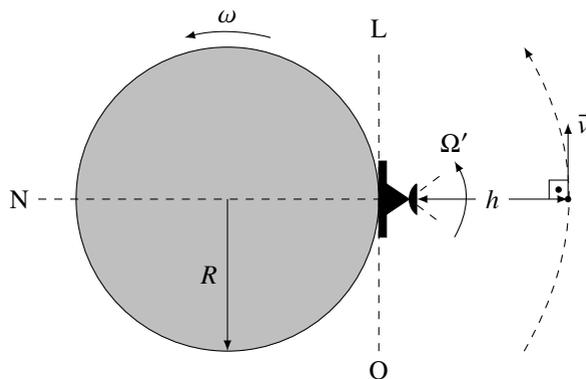


Fig. 5-1



Fig. 5-4

- (A) $\left(\frac{2gR}{v_0} + v_0\right) \pi R^2 ntm$ (D) $\frac{g\pi R^3}{v_0} ntm$
- (B) $\left(\frac{gR}{v_0} + v_0\right) \pi R^2 ntm$ (E) $\frac{g\pi R^3}{2v_0} ntm$
- (C) $\frac{2g\pi R^3}{v_0} ntm$

- 162 Um planeta orbita, em torno do Sol, descrevendo uma trajetória elíptica (ver figura 5-5). Se E_{cin} representa a energia cinética do planeta, então

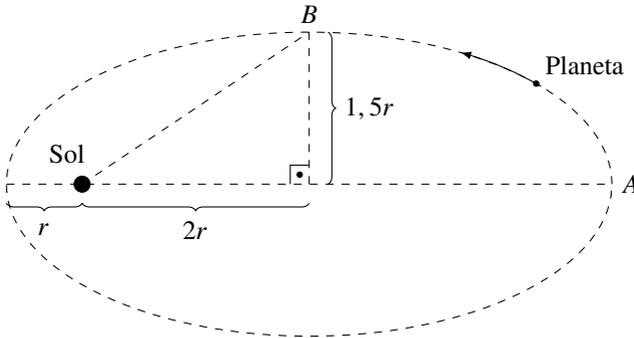


Fig. 5-5

- (A) $\frac{E_{\text{cin},A}}{E_{\text{cin},B}} = 0,49.$ (C) $\frac{E_{\text{cin},A}}{E_{\text{cin},B}} = 0,36.$ (E) $\frac{E_{\text{cin},A}}{E_{\text{cin},B}} = 0,16.$
- (B) $\frac{E_{\text{cin},A}}{E_{\text{cin},B}} = 0,09.$ (D) $\frac{E_{\text{cin},A}}{E_{\text{cin},B}} = 0,25.$

- 163 Considere um experimento mental realizado no espaço livre. No experimento, um pequeno cubo C de massa m é colocado no centro de um disco D grande e altamente massivo e uma bola B de massa M gira em

uma trajetória circular de raio r em torno do centro do disco. O plano do círculo é perpendicular ao plano do disco como mostrado na figura 5-6. A intensidade do campo gravitacional do disco próximo ao seu centro é g_0 . Qual deve ser a condição do coeficiente de atrito entre o cubo e o disco para que o cubo permaneça imóvel?

(A) $\mu \geq \frac{g_0 r^2}{\sqrt{g_0^2 r^4 + G^2 M^2}}$

(B) $\mu \geq \frac{g_0 r^2}{\sqrt{g_0^2 r^4 - G^2 M^2}}$

(C) $\mu \geq \frac{GM}{\sqrt{g_0^2 r^4 - G^2 M^2}}$

(D) $\mu \geq \frac{GM}{\sqrt{g_0^2 r^4 + G^2 M^2}}$

(E) $\mu \geq \frac{GM}{g_0 r^2}$

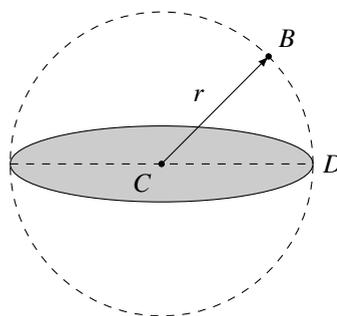


Fig. 5-6

- 164 A distância entre duas estrelas é igual a $10r$. As massas das estrelas são iguais a M e $16M$ e seus raios iguais a r e $2r$, respectivamente. Um corpo de massa m é atirado da superfície da estrela maior em direção à estrela menor ao longo da reta que une os seus centros (ver figura 5-7). Calcule o módulo da velocidade mínima necessária que deve ser dada ao corpo para que ele atinja a superfície da estrela menor.

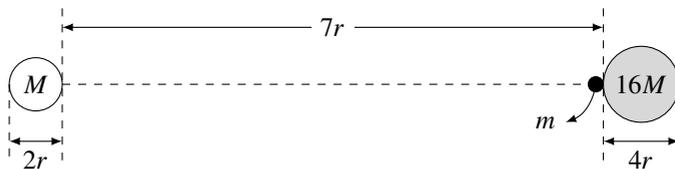


Fig. 5-7

- 165 Um planeta (P) descreve uma órbita elíptica em torno do Sol (S) (ocupando um dos focos dessa órbita), conforme mostra a figura 5-8. A elipse tem

$$\textcircled{E} \sqrt{h^2 + \frac{m^2 G^2}{16v_0^4}} - \frac{mG}{v_0^2}.$$

- 170 Uma espaçonave parte da Terra, em seu equador, com velocidade \vec{v}_0 , perpendicular à linha que contém os centros terrestre e solar, no mesmo sentido da rotação da Terra (ver figura 5-12). Sabendo que a velocidade necessária para vencer a atração gravitacional Sol + Terra é \vec{v}_e , a trajetória seguida pela espaçonave, segundo o referencial inercial Oxy , é hiperbólica (focos no Sol e em O) e o ângulo entre \vec{v}_e e o eixo dos x é θ_e , determine a velocidade de rotação da Terra quando $v_e = v_0$ e $\theta_e = 45^\circ$.

Dado: o raio da Terra é R



Fig. 5-12

- (A) $(4 + 3\sqrt{3}) \frac{v_0}{R}$ (C) $(2 + \sqrt{3}) \frac{v_0}{R}$ (E) $\sqrt{2} \frac{v_0}{R}$
 (B) $(3 + 3\sqrt{3}) \frac{v_0}{R}$ (D) $(1 + \sqrt{3}) \frac{v_0}{R}$

- 171 Um satélite com massa m está orbitando a Terra (massa M e raio R) em um caminho circular com raio r . Em um dado momento ($t = 0$), devido à ação da atmosfera, começa a perder energia a uma taxa constante $\alpha < 0$. A partir daí, ele atinge a superfície da Terra em $t = t_0 > 0$. Nessas condições, determine r em termos de t_0 , G (constante gravitacional de Newton), m , M e R .

- (A) $\left(\frac{GmM}{GmM - 2\alpha Rt_0} \right) R$ (D) $\left(\frac{GmM}{GmM + \alpha Rt_0} \right) R$
 (B) $\left(\frac{GmM}{GmM + 2\alpha Rt_0} \right) R$ (E) $\left(\frac{GmM}{\alpha Rt_0} \right) R$
 (C) $\left(\frac{GmM}{GmM - \alpha Rt_0} \right) R$

Esse aglomerado é formado de partículas idênticas de massa m , que se movem em órbitas circulares em torno de O com energia cinética E_0 . Qual a será a lei de $\rho(r)$?

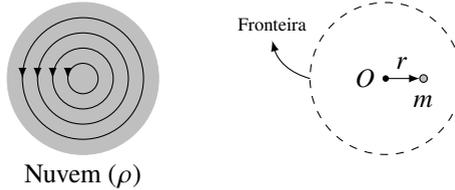


Fig. 5-14

- (A) $\frac{E_0}{2\pi r^2 mG}$ (C) $\frac{3E_0}{2\pi r^2 mG}$ (E) $\frac{E_0}{2r^2 mG}$
 (B) $\frac{E_0}{\pi r^2 mG}$ (D) $\frac{E_0}{6\pi r^2 mG}$

176 Uma partícula de massa m é abandonada de uma altura h ($h < R$) imediatamente acima de um túnel que passa pelo centro da Terra. Considerando a Terra como uma esfera de constituição homogênea e desprezando os efeitos de rotação, determine o valor da velocidade da partícula ao passar pelo centro da Terra em função de h , g e R (g e R são a magnitude da gravidade na superfície terrestre e o raio terrestre, respectivamente).

177 Um foguete é lançado de um planeta e retorna ao mesmo planeta, de raio R , de tal forma que o vetor velocidade no retorno é paralelo ao vetor velocidade no lançamento. A separação angular no centro do planeta entre o ponto de lançamento e o de retorno é θ . Quanto tempo dura o voo do foguete, se o período de um satélite cuja órbita tangencia a superfície da Terra é T_0 ?

- (A) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \cos \frac{\theta}{2}\right) T_0$ (C) $\frac{T_0}{\pi} \cos \frac{\theta}{2}$ (E) $\frac{T_0}{3}$
 (B) $\frac{T_0}{2}$ (D) $\left(1 + \frac{1}{\pi} \cos \theta\right) T_0$

178 A velocidade mínima de projeção de um corpo para lançá-lo pro infinito desde a superfície de um planeta é $1/\sqrt{6}$ vezes a requerida para a superfície

Capítulo 6

MHS

6.1 Movimento Periódico

185 De A , numa calha horizontal de raio r e comprimento L , uma bolinha é lançada com velocidade \vec{v}_0 , que forma um ângulo α com a geratriz dela (ver figura 6-1). Quantas vezes a bolinha passará pelo segmento AB até chegar à B ? Suponha que esse impulso não permita a bolinha sair da calha.

Dado: aceleração da gravidade local é \vec{g}

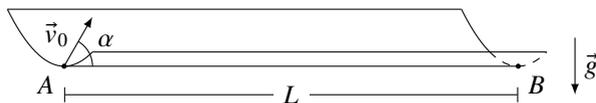


Fig. 6-1

186 Considere um quarto hermético de n paredes verticais impenetráveis e idênticas, cujo ângulo entre quaisquer duas delas é o mesmo. Um garoto lança uma bola bem elástica contra uma parede, perpendicularmente. Despreze os atritos e a gravidade local. O ponto de colisão com a parede é sempre seu centro geométrico. Para o período de movimento dela, considere T_4 e T_3 , que são para $n = 4$ e $n = 3$. Determine T_4/T_3 .

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (E) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

- 187 Uma partícula desliza, num movimento de vai-e-vém, entre dois planos inclinados sem atrito (ver figura 6-2). (a) Calcule o período do movimento sabendo-se que h é a altura inicial. (b) O movimento é oscilatório? É harmônico simples?

Dado: a gravidade local é \vec{g}

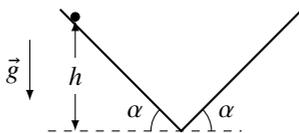


Fig. 6-2

- 188 Contra um lago é atirada uma pedra com velocidade \vec{v}_0 , cujo ângulo com a sua superfície é α (ver figura 6-3). A densidade da água é 3ρ e a da pedra, ρ . Determine o período do movimento.

Dado: a gravidade local é \vec{g}

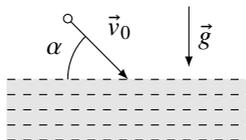


Fig. 6-3

- (A) $\frac{v_0 \operatorname{sen} \alpha}{g}$ (C) $\frac{v_0 \operatorname{cos} \alpha}{g}$ (E) $\frac{3v_0 \operatorname{cos} \alpha}{g}$
 (B) $\frac{2v_0 \operatorname{sen} \alpha}{g}$ (D) $\frac{2v_0 \operatorname{cos} \alpha}{g}$

- 189 Em relação ao problema 187, se os planos formarem ângulos α e β com a horizontal, qual será o período de movimento?

(A) $\sqrt{\frac{2h}{g}} \left(\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\sin \beta} \right)$

(D) $\sqrt{\frac{h}{g}} \left(\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\sin \beta} \right)$

(B) $2\sqrt{\frac{2h}{g}} \left(\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\sin \beta} \right)$

(E) $2\sqrt{\frac{h}{g}} \left(\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\sin \beta} \right)$

(C) $4\sqrt{\frac{2h}{g}} \left(\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\sin \beta} \right)$

- 190 Dentro de um cilindro de raio R , lança-se uma partícula com velocidade \vec{v}_0 , que faz um ângulo α com a direção radial (ver figura 6-4). Determine o período do movimento, se as colisões entre a partícula e a parede do cilindro forem todas elásticas. É possível determinar o menor valor desse período? Se sim, qual o valor?

Dado: a gravidade local é \vec{g}

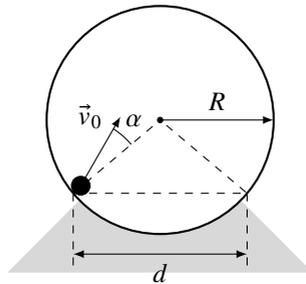


Fig. 6-4

- 191 Na Mecânica Quântica, uma partícula de massa m dentro de um poço quadrado infinito, com largura l , num estado $n = 1, 2, 3, \dots$, terá energia mecânica total dada por

$$E(n) = \frac{h^2 n^2}{8ml^2},$$

onde h é a constante de Planck. Para facilitar, considere o esboço da figura 6-5, onde y_0 é a “altura máxima” atingida pela partícula, tal que, $V(y_0) = E(n)$. Se, dentro desse poço, a partícula tem um movimento periódico, então, o seu período valerá

Dados: $k = 10 \text{ N/m}$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$

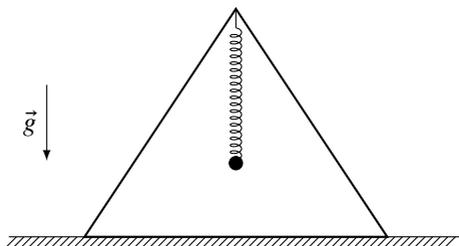


Fig. 6-12

- (A) 2 cm (B) 3 cm (C) 4 cm (D) 5 cm (E) 6 cm

- 201 Uma caixa C repousa sobre uma plataforma que oscila com amplitude A e frequência angular ω (ver figura 6-13). Se a linha tracejada indica a posição de repouso do sistema, a altura máxima alcançada pela caixa, após abandonar a plataforma, desde essa linha, será

Dado: suponha que $A\omega^2 > g$, onde g é o módulo da gravidade local

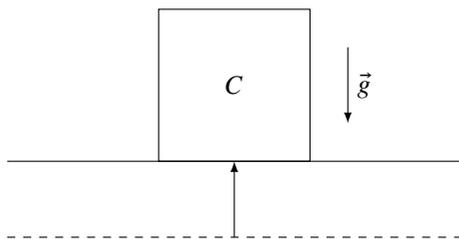


Fig. 6-13

- (A) $A + \frac{g}{2\omega^2} + \frac{A^2\omega^2}{2g}$. (D) $A - \frac{g}{\omega^2} + \frac{A^2\omega^2}{g}$.
- (B) $A - \frac{g}{2\omega^2} + \frac{A^2\omega^2}{2g}$. (E) $A + \frac{2g}{\omega^2} + \frac{A^2\omega^2}{g}$.
- (C) $A - \frac{g}{2\omega^2} - \frac{A^2\omega^2}{2g}$.

- 202 Considere um oscilador harmônico de massa m , constante elástica k e comprimento natural (comprimento sem deformação) l_0 , que está oscilando

figura 6-17). A partícula pode se mover sem atrito pela superfície da mesa (e também não há atritos entre a corda e o orifício). É dada à partícula uma velocidade angular ω em torno do orifício (sem nenhuma componente radial de velocidade).

Dado: $(1 + x)^n \cong 1 + nx$, se $x \ll 1$

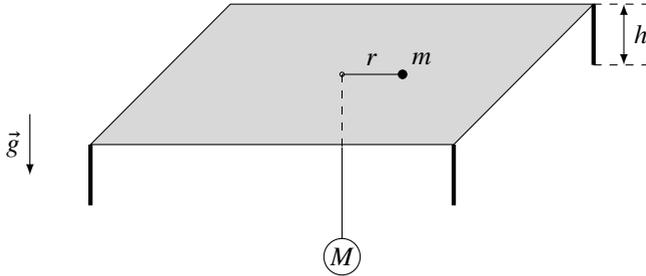


Fig. 6-17

(a) Sendo r a distância da partícula até o orifício, calcule o raio de equilíbrio $r = r_0$ para o qual o corpo de massa M fica parado. Expresse o r_0 em termos M , m , ω e g , a gravidade local, em módulo. (b) Calcule a frequência de pequenas oscilações radiais da partícula em torno de r_0 . Imagine que inicialmente a partícula se encontrava em movimento circular em r_0 e com velocidade angular ω_0 quando uma pequena perturbação radial fez com que ela começasse a oscilar. (c) Considere que a partícula esteja inicialmente a uma distância r do orifício, com uma velocidade angular ω . O sistema é então solto de modo que o corpo M desça naturalmente até o chão, isto é, suponha que $l - h > r_0$. Qual será a nova velocidade angular ω' da partícula nessa nova situação? Expresse o resultado em função dos parâmetros básicos do problema.

- 206 Um disco metálico muito fino de raio r e espessura d é suspenso por uma mola ideal de constante elástica k , que está presa ao teto (ver figura 6-18). A massa do disco é m . O disco é colocado dentro de um ambiente onde há um campo magnético uniforme, de módulo B , perpendicular ao seu plano. Qual será o período de pequenas oscilações do disco?

nessa situação.

(b) O que acontecerá com essa partícula quando $\theta > \theta_0$ ou $\theta < \theta_0$? Se ocorrer equilíbrio estável, obtenha o período de pequenas oscilações dela em torno de $\theta = \theta_0$.

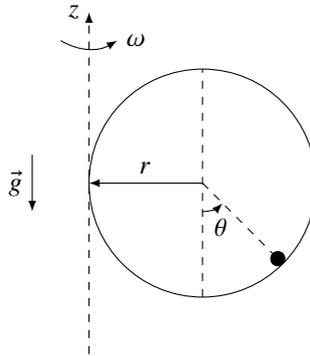


Fig. 6-20

209 O sistema representado na figura 6-21, composto por dois blocos de mesma massa e ligados por uma mola cujo diâmetro é de mesma ordem que o comprimento, cai de uma altura h sobre uma mesa horizontal. Durante a queda, a mola está relaxada, e a colisão entre o bloco inferior com o solo é inelástica.

Dado: a gravidade local é \vec{g}

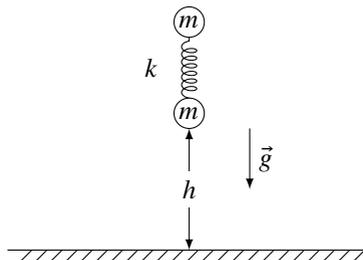


Fig. 6-21

(a) Que valor máximo deve ter h para que, no decorrer do movimento subsequente do conjunto, o bloco inferior não decole da mesa?

molhas, se coloca um corpo de massa m (ver figura 6-26). O coeficiente de atrito entre o cubo e o plano inclinado é $\mu = \tan \alpha$.

Dado: a gravidade local é \vec{g}

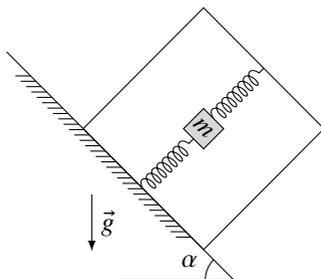


Fig. 6-26

- (a) Determine a condição necessária para que esse cubo não tombe. A amplitude e a pulsação do movimento do corpo, com relação à caixa, são x_0 e ω .
- (b) Determine a velocidade escalar média de descida do cubo em um tempo muito maior que T , supondo que o cubo, em qualquer instante, se mova de forma contínua, sem tombar.

215 Duas partículas de mesma massa m e cargas $+q$ e $-q$ podem deslizar livremente (sem atrito) por trilhos paralelos separados por uma distância d , conforme ilustrado na figura 6-27 abaixo. No instante $t = 0$, as partículas são afastadas até uma distância de separação ao longo da direção dos trilhos de L e então são abandonadas do repouso. Considere ainda que uma carga elétrica qualquer Q com aceleração a , e movimento sub-relativístico, irradia energia a uma taxa P_L dada de acordo com a *fórmula de Larmor*

$$P_L = \frac{2k_0 Q^2 a^2}{3c^3},$$

onde k_0 é a constante de Coulomb do vácuo; c é a velocidade da luz no vácuo; Q é o valor da carga e a é a aceleração da carga. Obtenha a frequência angular, ω , das pequenas oscilações e a perda relativa de energia por irradiação desse sistema, $\Delta E/E$. Considere $L \ll d$.

onde a , b , ϕ , ω_0 e ω são constantes conhecidas. Determine a constante elástica da mola. O equilíbrio do sistema ocorre quando os pêndulos têm direção vertical e a mola não está deformada.

Dado: a gravidade local é \vec{g}

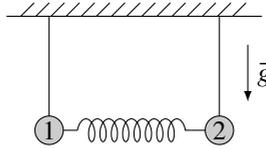


Fig. 6-29

- (A) $\frac{1}{2}m(\omega_0 + \omega)^2$ (C) $\frac{1}{3}m(\omega^2 - \omega_0^2)$ (E) $\frac{1}{2}m(\omega^2 - \omega_0^2)$
 (B) $\frac{1}{2}m(\omega - \omega_0)^2$ (D) $\frac{1}{3}m(\omega^2 + \omega_0^2)$

6.4 Pêndulo Simples

222 Dois pêndulos de mesmo comprimento l são montados de acordo com o diagrama da figura 6-30 a seguir. Num instante $t = 0$, o pêndulo de massa M é posicionado a uma altura h com relação à horizontal e o pêndulo de massa m permanece em repouso na vertical. Ao ser liberada, a massa M inicia o movimento colidindo com a massa m ($M > m$). Desconsidere todos os efeitos devido a quaisquer tipos de atrito neste sistema. Qual será o tempo necessário, após a primeira colisão entre as massas, para que as massas voltem a colidir novamente?

Dado: a gravidade local é \vec{g}

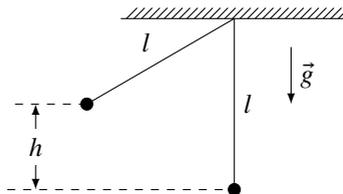


Fig. 6-30

- 225 Um pêndulo duplo (por fios) é suspenso por A e B , que são os topos de paredes verticais, tal que, todo o sistema pendular esteja contido nesta página (ver figura 6-33). Os fios têm comprimentos l_1 e l_2 . Determine o período desse pêndulo. Considere que $l_1^2 + l_2^2 = a^2 + b^2$.

Dado: a gravidade local é \vec{g}

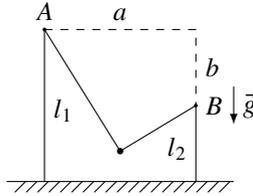


Fig. 6-33

- (A) $\pi\sqrt{\frac{l_1 l_2}{ag}}$ (C) $2\pi\sqrt{\frac{l_1 l_2}{ag}}$ (E) $2\pi\sqrt{\frac{l_1 + l_2}{g}}$
 (B) $\pi\sqrt{\frac{l_1 l_2}{bg}}$ (D) $2\pi\sqrt{\frac{l_1 l_2}{bg}}$
- 226 Dois pêndulos simples e idênticos estão suspensos por um mesmo ponto do teto (ver figura 6-34). Em dado instante, são deslocados simetricamente em relação à direção vertical por uma distância muito menor que o comprimento dos fios. Disso, são soltos ao mesmo tempo. A primeira colisão ocorre após um tempo δt_0 depois do abandono delas. Todos os choques têm o mesmo coeficiente de restituição e ($1 - e \ll 1$). Determine a frequência das oscilações num instante $t > 0$, sendo $t = 0$ o momento de abandono daquelas massas.

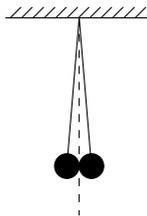


Fig. 6-34

Capítulo 7

Fluidomecânica

7.1 Princípios de Arquimedes e de Pascal

228 Um cone homogêneo e uniforme tem densidade ρ , altura h e raio da base r . Esse flutua num líquido de densidade ρ_0 , cujo eixo é sempre vertical e seu vértice não está imerso (ver figura 7-1). Para ter equilíbrio estável dele,

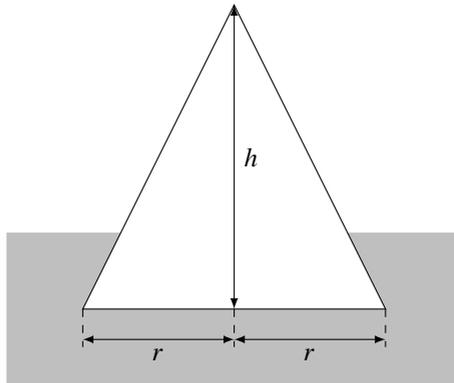


Fig. 7-1

(A) $\frac{\rho}{\rho_0} < \frac{7h^6 + r^6 + 6h^2r^2(r^2 + 2h^2)}{8h^6 + r^6 + 6h^2r^2(r^2 + 2h^2)}$.

(B) $\frac{\rho}{\rho_0} > \frac{7h^6 + r^6 + 6h^2r^2(r^2 + 2h^2)}{8h^6 + r^6 + 6h^2r^2(r^2 + 2h^2)}$.

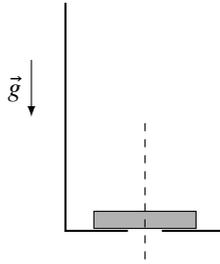


Fig. 7-3

- (A) $h \geq \left(\frac{R^2}{r^2} - 1\right)x - \frac{m}{\rho\pi r^2} - \frac{p_{\text{atm}}}{\rho g}$ (D) $h \leq \left(\frac{R^2}{r^2} - 1\right)x - \frac{m}{\rho\pi r^2}$
- (B) $h \leq \left(\frac{R^2}{r^2} - 1\right)x - \frac{m}{\rho\pi r^2} - \frac{p_{\text{atm}}}{\rho g}$ (E) $h < \frac{mg + p_{\text{atm}}\pi r^2}{\rho g\pi R^2}$
- (C) $h \geq \left(\frac{R^2}{r^2} - 1\right)x - \frac{m}{\rho\pi r^2}$

- 231 Um cilindro homogêneo e sólido de raio r e comprimento l encontra-se no fundo de um navio, cujo formato é um paralelepípedo reto com dimensões ligeiramente maiores do que as do cilindro (ver figura 7-4I). Em certo instante, é despejado um líquido até que atinja uma altura $2r$ (ver figura 7-4II). As densidades do líquido e do cilindro são, respectivamente, iguais a ρ_1 e ρ_2 . Quanto trabalho será necessário para que um agente externo retire o cilindro, completamente, do líquido? O navio está sempre na direção horizontal.

Dado: a gravidade local é \vec{g} e $\pi \cong 3$



Fig. 7-4I

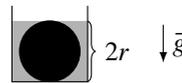


Fig. 7-4II

- (A) $(\rho_1 + \rho_2) glr^3$
- (B) $3,5 (0,5\rho_1 + 3\rho_2) glr^3$
- (C) $0,5 (3,5\rho_1 + 3\rho_2) glr^3$

Dado: a gravidade local tem módulo $g = 10 \text{ m/s}^2$

- (A) 8 g/cm^3 (C) 10 g/cm^3 (E) 13 g/cm^3
 (B) 9 g/cm^3 (D) 11 g/cm^3

- 236 Um cilindro de raio R e altura l tampa um buraco AB , impedindo que haja vazamento d'água (ver figura 7-8). A densidade d'água é ρ . Determine o módulo da força resultante (empuxo) sobre esse objeto.

Dados: $\pi = 3$ e a gravidade local é \vec{g}

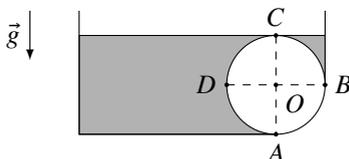


Fig. 7-8

- (A) $\sqrt{\frac{5}{2}} \rho g R^2 l$ (C) $\sqrt{\frac{13}{2}} \rho g R^2 l$ (E) $\frac{\sqrt{3}}{2} \rho g R^2 l$
 (B) $\sqrt{\frac{15}{2}} \rho g R^2 l$ (D) $\frac{\sqrt{13}}{4} \rho g R^2 l$

- 237 A seção transversal de uma parede de um dique é um arco de círculo de raio R subtendido por um ângulo central $\alpha < \pi/2$ (ver figura 7-9). O centro O do círculo está sobre a superfície da água, que tem densidade ρ . A largura da barragem é l . Desprezando a pressão atmosférica, calcule a magnitude da força resultante feita pela água sobre o dique.

Dado: a gravidade local é \vec{g}

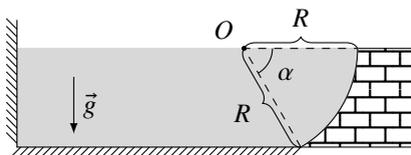


Fig. 7-9

7.2 Escoamento, Equações de Bernoulli e Torricelli

- 241 Na figura 7-11, uma bola de basquete de raio R gira com velocidade angular constante ω (o seu eixo está na direção do eixo- z) e seu centro de massa apresenta uma velocidade \vec{v}_0 (direção do eixo- x). Nesse instante, determine a força de Magnus resultante do ar sobre ela. A densidade do ar é ρ .

Dado: a gravidade local é \vec{g}

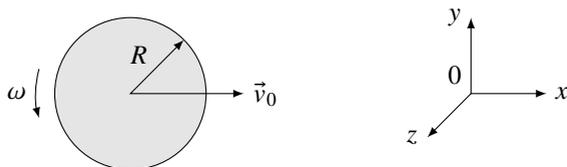


Fig. 7-11

- 242 Um recipiente cônico vertical de altura igual a h e ângulo de abertura 2α contém água até ocupar metade do seu volume. O sistema é posto para girar, em torno do eixo do cone, com velocidade angular uniforme ω . Para quais valores de α não haverá vazamento d'água?

Dados: volume de um parabolóide circular de raio x e altura y é igual a $\pi x^2 y / 2$, e a gravidade local é \vec{g}

- (A) $\alpha < \arctg\left(\frac{g}{\omega^2 h}\right)^{1/3}$ (D) $\alpha > \arcsen\left(\frac{g}{2\omega^2 h}\right)^{1/2}$
 (B) $\alpha > \arctg\left(\frac{g}{\omega^2 h}\right)^{1/3}$ (E) $\alpha < \arctg\left(\frac{2g}{3\omega^2 h}\right)^{1/2}$
 (C) $\alpha < \arcsen\left(\frac{g}{2\omega^2 h}\right)^{1/2}$

- 243 A água doce atrás de uma barragem de reservatório tem 15 m de profundidade. Um tubo horizontal de 4,0 cm de diâmetro atravessa a barragem a 6,0 m abaixo da superfície da água, conforme mostrado na figura 7-12. Um tampão na extremidade livre do tubo impede que a água saia. (a) Determine a força de atrito entre o tampão e a parede do tubo; (b) O tampão é removido. Qual será o volume d'água que fluirá para fora do tubo em 3 h?

Dados: $\pi = 3,14$ e $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

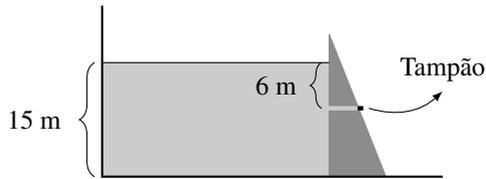


Fig. 7-12

- 244 A figura 7-13 mostra um tubo vertical muito longo de raio R , cujo interior existe um líquido incompressível de densidade ρ_0 , e um cilindro sólido de densidade $\rho > \rho_0$ e raio r , que desce ao longo do eixo. Determine o módulo da aceleração do cilindro. Despreze todos os atritos.

Dado: a gravidade local é \vec{g}

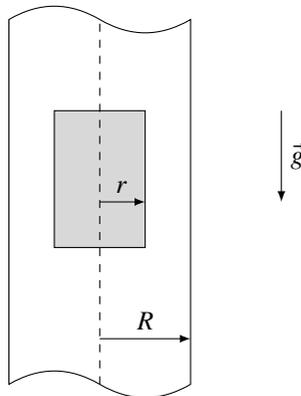


Fig. 7-13

- 245 Um antigo relógio d'água grego (clepsidra) é um recipiente com um pequeno orifício 0, como mostra a figura 7-14. O tempo é medido pelo nível de água na parte superior. Qual deve ser a forma do relógio para que a escala de tempo seja uniforme?

Dado: a gravidade local é \vec{g}

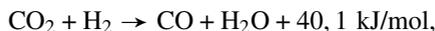
- 257 Consideremos um termômetro de mercúrio-em-vidro. Suponhamos que a seção transversal do capilar seja constante, A_0 , e que V_0 seja o volume do tubo do termômetro a 0°C . Se o mercúrio for exatamente suficiente para encher o tubo a 0°C , provar que o comprimento da coluna de mercúrio no capilar, à temperatura T , será

$$h = \frac{(\gamma - 3\alpha)V_0T}{A_0}.$$

Ou seja, é proporcional à temperatura; γ é o coeficiente de dilatação volumétrica do mercúrio e α , o coeficiente linear do vidro.

8.2 Gases Ideais, 1ª e 2ª leis da Termodinâmica

- 258 Num recipiente isolado termicamente, à temperatura de 800 K, encontram-se 1,00 mol de CO_2 e 1,00 mol de H_2 . Esse sistema é sujeito a uma reação química



e a pressão

Dado: a constante universal dos gases ideais é $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

- (A) diminuirá em três vezes.
 - (B) diminuirá em duas vezes.
 - (C) aumentará em três vezes.
 - (D) aumentará em duas vezes.
 - (E) aumentará em quatro vezes.
- 259 Um mol de um gás ideal obedece à restrição de processo dada por $(p + p_0)(V + V_0) = k$, onde p_0 e V_0 são a pressão e o volume do gás em algum estado, e $k > 0$ é uma constante. Determine a temperatura máxima desse gás.
- 260 Um balão está no fundo de um lago de 90 m de profundidade e para trazê-lo à superfície começa a ser preenchido, por meio de uma bomba, com um

eixo passa a ser $3L/2$. E se o sistema tiver a sua velocidade triplicada, qual deverá ser a distância entre o eixo e o êmbolo? Considere que as transformações desse gás são quase-estáticas e puramente isotérmicas.

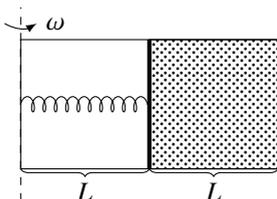


Fig. 8-5

- (A) $(4 - \sqrt{6})L$ (C) $(\sqrt{6} + 1)L$ (E) $(2\sqrt{6} - 3)L$
 (B) $(2\sqrt{2} - 1)L$ (D) $(\sqrt{6} - 1)L$

- 263 Dentro de um tubo vedado de comprimento $2l$, no centro, existe uma cortiça em equilíbrio (ver figura 8-6). Ao aquecê-lo lentamente até uma temperatura absoluta T , a cortiça se desloca para esquerda. Se a temperatura alcançada for $2T$, o deslocamento será $l/3$. Se a força de atrito sobre a cortiça não depende da temperatura, qual temperatura T' o deslocamento será de $2l/5$?

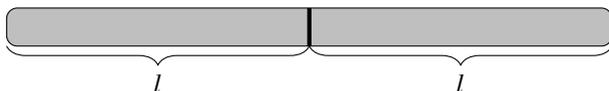


Fig. 8-6

- (A) $\frac{25}{63}T$ (B) $\frac{3}{2}T$ (C) $\frac{113}{50}T$ (D) $\frac{31}{5}T$ (E) $\frac{5}{7}T$

- 264 Um cilindro selado com gás ideal tem direção vertical. Um pistão pesado, deslizando livremente dentro do cilindro, em estado de equilíbrio, divide o volume do cilindro em duas partes, relacionadas como 1 : 3 (ver figura 8-7). As massas de gás abaixo e acima do pistão são as mesmas. Qual será a proporção do volume se a temperatura absoluta do gás triplicar?

- 267 Um processo cíclico é realizado sobre n mols de um gás ideal de coeficiente de Poisson γ , cujo gráfico é mostrado no diagrama p - V (ver figura 8-9). O ciclo consiste em seções verticais (A - B) e horizontais (C - A) e uma “escada” (B - C) de N degraus, em cada um dos quais a pressão e o volume do gás mudam o mesmo número de vezes, logaritmicamente. A razão entre a pressão máxima do gás e a mínima é α ; a razão entre o volume máximo e o mínimo também é igual a α . Encontre a eficiência de uma máquina térmica operando neste ciclo.

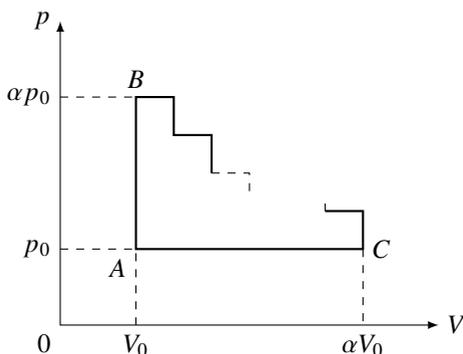


Fig. 8-9

- 268 Um recipiente isolado termicamente é dividido por um pistão, o qual pode movimentar-se sem atrito. A parte da esquerda é preenchida com um mol de gás monoatômico; a parte direita do recipiente encontra-se evacuada. O pistão é conectado à parede da direita por meio de uma mola, cujo comprimento livre é igual ao tamanho total do recipiente (ver figura 8-10). Determine a capacidade térmica C do sistema, desprezando a capacidade do recipiente, a do pistão e a da mola. Considere como sendo R a constante dos gases ideais.



Fig. 8-10

e a gravidade local é 10 m/s^2

(a) Calcule quantas esferas o estudante deverá soltar a fim de elevar em 1°C a temperatura da água.

(b) Se o estudante soltar as esferas à taxa de uma esfera por segundo, calcule a ordem de grandeza do número de horas que levará nesse processo.

277 Um gás ideal monoatômico está preso em um cilindro fechado em sua extremidade direita. O cilindro é dividido em duas partes por uma divisória condutora de calor fixa e um pistão que fica à esquerda da divisória fixa (ver figura 8-13). O pistão e as paredes do cilindro não podem conduzir calor. As massas do gás nas partes esquerda e direita são m_1 e m_2 . Uma força \vec{F} aplicada no pistão é aumentada lentamente, a partir de algum valor inicial. Qual é o calor específico molar do gás na parte esquerda durante este processo?

Dado: R é a constante universal dos gases ideais



Fig. 8-13

(A) $\frac{3m_1R}{2m_2}$

(C) $\frac{3m_2R}{2m_1}$

(E) $\frac{2m_1R}{m_2}$

(B) $-\frac{3m_1R}{2m_2}$

(D) $-\frac{3m_2R}{2m_1}$

Capítulo 9

Ondulatória

9.1 Ondas Transversais e Longitudinais

278 Na figura 9-1, os ramos da corda se movem em sentido transversal de maneira que a região de flexão é deslocada para a direita a uma velocidade v sem mudar sua inclinação. Como se relacionam a deformação ϵ na zona de flexão e a velocidade u das partículas da corda?

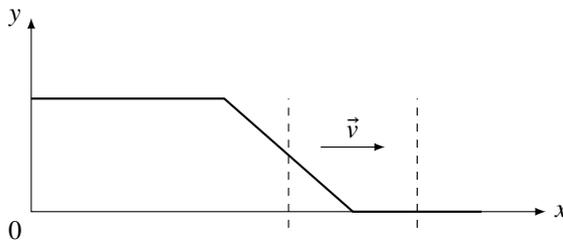


Fig. 9-1

279 (a) Explique por que aumenta o impulso do ramo destacado da corda (ver figura 9-2). Determine a taxa temporal de variação do impulso mediante a massa por unidade de comprimento da corda μ ; a deformação na região de flexão é $-b/L = \epsilon$ ($0 < \epsilon \ll 1$) e a velocidade de deslocamento da zona de flexão é v .

com h .

Dado: a gravidade local é \vec{g}

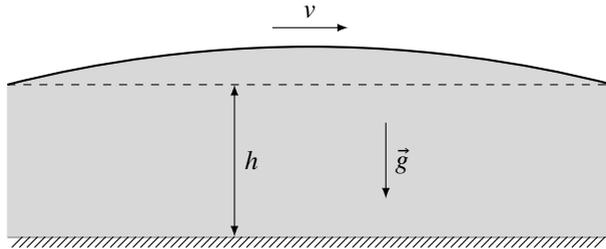


Fig. 9-4

- (A) $\sqrt{5gh}$ (B) $\sqrt{4gh}$ (C) $\sqrt{3gh}$ (D) $\sqrt{2gh}$ (E) \sqrt{gh}

- 282 Uma onda senoidal longitudinal de frequência ω percorre uma cadeia de bolas de massa m , unidas por meio de molas de comprimento natural l e constante elástica $k = m\omega_0^2$. Na figura 9-5, os deslocamentos das bolas são traçados pela vertical em escala aumentada. A amplitude dos deslocamentos é muito menor diante de l . Determine a velocidade de propagação dessa onda. No limite de baixas frequências ($\omega \ll \omega_0$), obtenha essa velocidade.

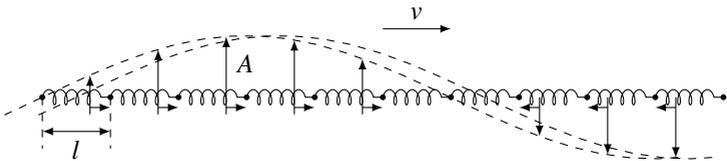


Fig. 9-5

- 283 A figura 9-6 mostra uma placa $L \times L$ que vibra harmonicamente na sua direção transversal com frequência $\omega \gg v_s/L$, onde v_s é a velocidade do som no ar. Calcule a força, em módulo, que exerce sobre a placa por causa do ar no instante em que a sua velocidade é v . A densidade do ar é ρ . Que tipo de movimento o ar deverá apresentar quando $\omega \ll v_s/L$? Por que nesse caso a emissão do som é mais fraca?

A cunha tem massa m e volume V e está sobre uma superfície horizontal lisa. Determine a magnitude da velocidade adquirida pela cunha imediatamente após a onda de choque passar por ela. A velocidade adquirida pela cunha deve ser assumida como sendo muito menor do que a velocidade da onda.

Dado: a pressão atmosférica é p_{atm}

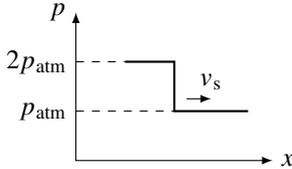


Fig. 9-8I

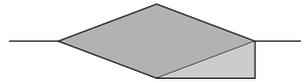


Fig. 9-8II

(A) $\frac{2p_{\text{atm}}V}{mv_s}$

(C) $\frac{6p_{\text{atm}}V}{mv_s}$

(E) $\frac{p_{\text{atm}}V}{2mv_s}$

(B) $\frac{p_{\text{atm}}V}{mv_s}$

(D) $\frac{3p_{\text{atm}}V}{mv_s}$

286 Um avião supersônico sobrevoa com velocidade \vec{v} sempre com altura fixa sobre um solo plano e horizontal. Após um tempo τ , um dado observador estacionário sobre o solo ouve o som das suas turbinas. Sendo v_s a velocidade do som no ar parado, determine a altura do avião.

287 Considere um tubo fechado de comprimento l que tem o eixo- x como sendo o seu eixo de simetria (ver figura 9-9). A densidade do ar é ρ e a velocidade do som é v_s . O tubo ressoa em seu n -ésimo harmônico ($n = 1, 2, 3, \dots$) com amplitude A , e a extremidade em $x = 0$ é fechada e a outra, em $x = l$, não. Qual será a expressão da variação de pressão a uma distância x da extremidade fechada?

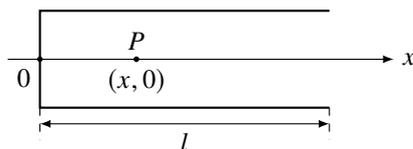


Fig. 9-9

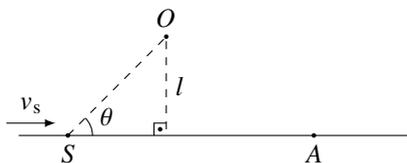


Fig. 9-14

- (A) 3,2 (B) 4,0 (C) 4,4 (D) 8,0 (E) 8,8

- 297 Considere uma situação mostrada na figura 9-15. Uma fonte F e um observador O movem-se com as respectivas velocidades v_F e v_O contra uma parede móvel, que tem velocidade u . A velocidade do som no ar é v_s . O vento é soprado também contra esse obstáculo com velocidade w . Sendo ν_0 a frequência de F , determine a frequência e o comprimento de onda das ondas refletidas e recebidas por O .

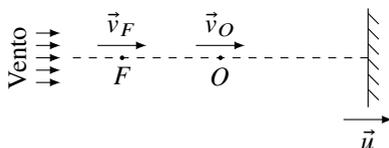


Fig. 9-15

- 298 Uma fonte sonora, F , que está emitindo isotropicamente pulsos sonoros com frequência ν , está inicialmente parada a uma distância muito grande de um observador estacionário, O . Em dado instante, F começa a se mover em direção a O com aceleração constante, cujo módulo vale a . A nova frequência, ν' , do som percebido por O , logo após de F ter iniciado seu movimento, será igual a

Dado: a velocidade do som no ar parado é v_s

- (A) $\nu' = \frac{v_s \nu^2}{2v_s \nu - a}$ (C) $\nu' = \frac{2v_s \nu^2}{3v_s \nu - a}$ (E) $\nu' = \frac{v_s \nu^2}{2a}$
 (B) $\nu' = \frac{2v_s \nu^2}{2v_s \nu + a}$ (D) $\nu' = \frac{2v_s \nu^2}{2v_s \nu - a}$

Capítulo 10

Óptica Geométrica

10.1 Propagação da Luz, Leis da Reflexão e da Reflexão

299 *Triângulo de Schwarz:* Considere dois espelhos, E e F , dispostos abaixo, como mostra a figura 10-1.

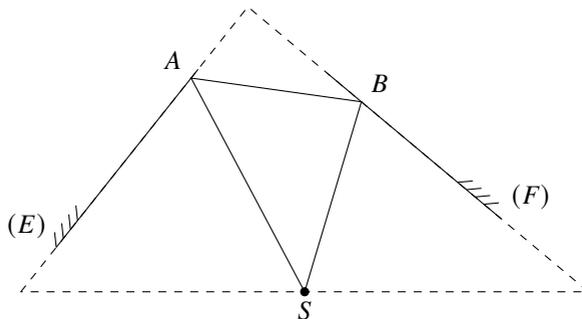


Fig. 10-1

Uma fonte pontual, S , emite um raio luminoso. Esse raio deve chegar ao mesmo “ponto de partida” (ou seja, deverá retornar a S), após ser emitido. Quando a trajetória tem o menor perímetro possível, os pontos A , B e S serão os pés das alturas do triângulo tracejado. Prove isso.

- (A) $0,75R$ (B) $0,5R$ (C) $0,3R$ (D) $0,2R$ (E) $0,15R$

- 305 Um cilindro de raio R com uma superfície interna espelhada é fixado sobre uma mesa horizontal e plana, mantendo seu eixo (O) sempre na direção vertical. Dentro dele, há uma plataforma circular e giratória, com o mesmo eixo do cilindro, onde estão uma fonte pontual A e um receptor B na sua periferia, bem próximos um do outro (ver figura 10-5). A frequência de emissão é ν . A fonte emite dois feixes luminosos e estreitos que são detectados por B após sofrerem duas reflexões: um no sentido horário e outro, em direção a ele. Nesse caso, não haverá diferença de fase entre os feixes em B . Quando a plataforma é colocada para girar em torno do seu eixo (O) com velocidade angular constante ω , haverá uma mudança de fase entre eles, dada por $\Delta\phi$. Determine $\Delta\phi$.

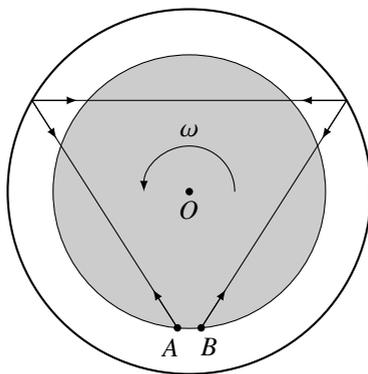


Fig. 10-5

10.2 Estudo de Espelhos, Lâminas e Prismas

- 306 Para construir um telescópio astronômico, usou-se um “disco de Mercúrio” em rotação, em torno do seu eixo, com uma velocidade angular suficientemente alta ω . Considerando que a fabricação do espelho gaussiano ocorreu num ambiente com aceleração da gravidade uniforme \vec{g} , com boa aproximação, qual será a sua distância focal?

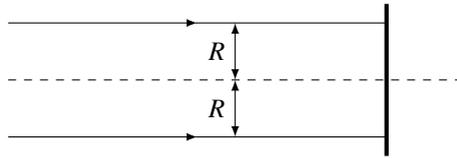


Fig. 10-8

- (A) $\frac{n_0 HR}{r_0^2}$ (C) $\frac{4n_0 HR}{r_0^2}$ (E) $\frac{(\ln 3) n_0 RH}{r_0^2}$
 (B) $\frac{2n_0 HR}{r_0^2}$ (D) $\frac{(\ln 2) n_0 HR}{r_0^2}$

- 312 Em dias quentes é comum que o asfalto seco pareça molhado, em função da reflexão da luz que nosso cérebro instintivamente associa à presença de água. Na verdade, a reflexão é provocada pelo aquecimento da camada de ar próxima ao asfalto que atinge altas temperaturas devido à radiação térmica solar. A luz que se propaga em direção ao asfalto sofre reflexão interna total ao atingir o ar quente, onde a velocidade de propagação é maior. Na figura 10-9, os olhos do motorista (O) estão 1,00 m acima da fronteira na qual ocorre a reflexão da luz e a miragem M parece começar a 10,00 m de distância. Determine o índice de refração do ar quente próximo ao asfalto.

Dado: $n_{\text{frio}} = 1,010$

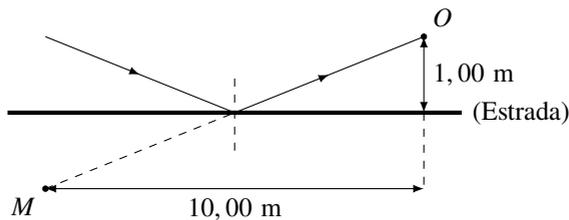


Fig. 10-9

- (A) 1,000 (B) 1,002 (C) 1,004 (D) 1,005 (E) 1,010

- 313 Dois espelhos côncavos com o mesmo raio de curvatura R estão sobre um suporte, rigidamente, de tal maneira que suas superfícies refletoras estão

- (A) $\left(40, \frac{\pi}{2}\right)$ (C) $\left(350, \frac{\pi}{3}\right)$ (E) $\left(175, \frac{\pi}{4}\right)$
 (B) $\left(20, \frac{\pi}{4}\right)$ (D) $\left(175, \frac{\pi}{6}\right)$

- 315 Dois prismas finos, retos e idênticos, que têm ângulos de abertura iguais a α e índice de refração n , são colados de tal forma que a menor base seja comum a eles (ver figura 10-12). Esse sistema pode funcionar brutaemente como uma lente convergente (plano-convexa). Determine a distância focal dessa “lente”. A altura de incidência normal é h .

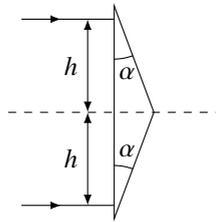


Fig. 10-12

- 316 A figura 10-13 mostra uma chapa de vidro de índice de refração n , com duas extremidades curvas (ABC e DEF) como mostra a figura. Um objeto puntiforme está a $2R$ do vértice de ABC . Que condição n deverá satisfazer para que essa imagem seja real?

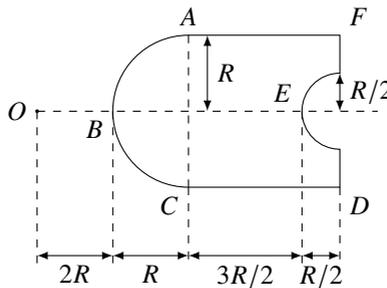


Fig. 10-13

Capítulo 11

Ótica Física

11.1 Ondas Luminosas e Interferência

321 No experimento de fenda dupla de Young, dois filmes finos são colocados na frente de duas fendas, separadas por d , e o feixe paralelo de luz coerente incide em um ângulo θ com a normal ao plano da fenda, como mostrado na figura 11-1. Determine a coordenada y do máximo central P .

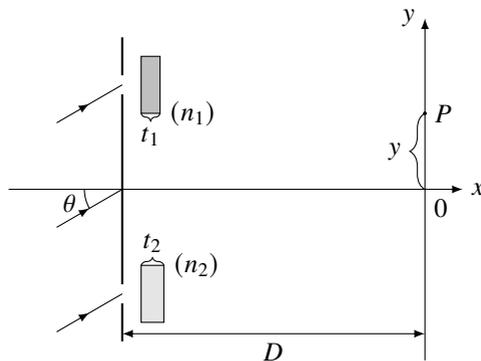


Fig. 11-1

Dados: os índices de refração dos obstáculos são n_1 e n_2 ; as espessuras dos obstáculos são t_1 e t_2 ; e a distância entre Oy e as fendas é D

- 323 Considere um arranjo de duas fendas e um anteparo (ver figura 11-3). O comprimento de onda da luz usada é λ . A distância entre S_1 e S_2 é $d \ll D$. A distância entre S_3 e S_4 é $b = 0,25\lambda D/d$. Determine a razão das intensidades máxima e mínima detectadas na tela.

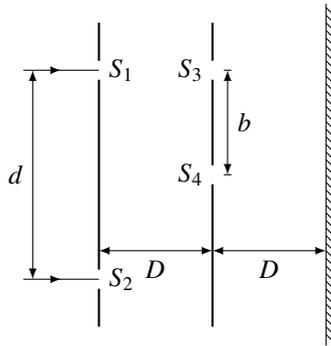


Fig. 11-3

- (A) 32 (B) 33 (C) 34 (D) 35 (E) 36
- 324 Duas ondas planas coerentes com o mesmo comprimento de onda λ atingem um anteparo cilíndrico (ver figura 11-4). O ângulo entre as direções de propagação das ondas é α . Próximo de A, determine a distância entre as franjas adjacentes, sabendo que é muito pequena diante do raio do cilindro. O ângulo entre OA e a direção horizontal é β .

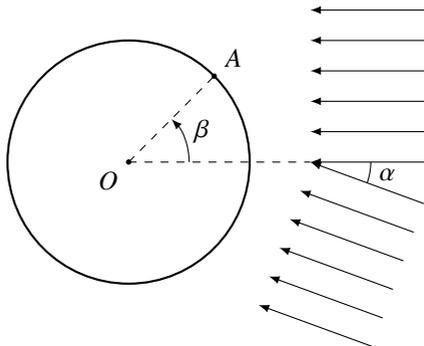


Fig. 11-4

- 327 Um interferômetro de fenda dupla de Young recebe luz de um objeto estelar que é focalizado no plano da figura 11-6.

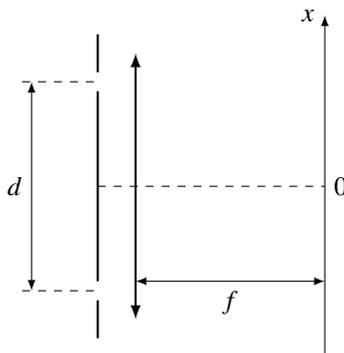


Fig. 11-6

- (a) Determinar o padrão de interferência em função de x .
 (b) Se o interferômetro estiver apontado para um objeto estelar subtendendo, na Terra, um ângulo maior que $\theta_{\text{mín}}$, o padrão desaparece. Determine $\theta_{\text{mín}}$.

11.2 Difração e Polarização da Luz

- 328 Um estudante gira o plano de polarização de um feixe de luz polarizada em 45° , de tal maneira que a intensidade seja reduzida em 10%. Quantas lâminas de polarizadores perfeitos são necessárias para realizar isso?

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) NDA

- 329 Um feixe de luz é uma mistura de luz plano-polarizada com luz não-polarizada. Quando esse feixe atravessa uma lâmina do polaróide, incidindo perpendicularmente à lâmina, verifica-se que a intensidade do feixe transmitido varia, desde um valor mínimo $I_{\text{mín}}$ até um valor máximo $I_{\text{máx}} = 5I_{\text{mín}}$, à medida que giramos o polaróide em torno da direção do feixe transmitido. Determinar a intensidade relativa I_p/I_n dessas duas componentes do feixe incidente sendo I_p a intensidade da componente plano-polarizada e I_n a intensidade da componente não-polarizada.

Capítulo 12

Eletrostática

12.1 Cargas Elétricas e Processos de Eletrização

342 A carga nuclear (Ze) não é uniformemente distribuída dentro de um núcleo de raio R . A densidade de carga $\rho(r)$ (carga por unidade de volume) depende somente da distância radial r a partir do centro do núcleo como mostra a figura 12-1. Para $r_0 = 0$, o valor de ρ_0 (maior valor de ρ) é igual a

Dados: $\sum_{j=1}^n j^2 = n(n+1)(2n+1)/6$ e $\sum_{j=1}^n j^3 = n^2(n+1)^2/4$

(A) $\frac{Ze}{4\pi R^3}$

(D) $\frac{Ze}{3\pi R^3}$

(B) $\frac{3Ze}{\pi R^3}$

(E) $\frac{Ze}{\pi R^3}$

(C) $\frac{4Ze}{3\pi R^3}$

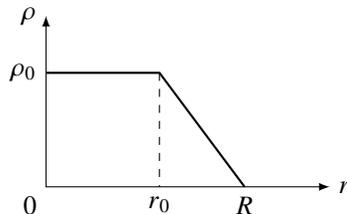


Fig. 12-1

343 Um disco circular de 10 cm de raio contém uma carga elétrica total de 10^{-5} C. A densidade de carga superficial σ é diretamente proporcional à distância desde o centro do disco. Para uma distância de 5 cm, qual será o valor da carga, em μC ?

Dado: $\sum_{j=1}^n j^2 = n(n+1)(2n+1)/6$

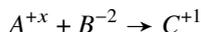
- (A) 1 (B) 1, 25 (C) 1, 5 (D) 2 (E) 2, 25

- 344 Um estudante do ITA propôs que a densidade de carga elétrica para a nuvem de elétrons no átomo de hidrogênio deve ser da forma

$$\rho(r) = \frac{A}{r} f(r) + Bg(r), \text{ onde } g(r) = \begin{cases} 0, & \text{se } r \neq 0 \\ \infty, & \text{se } r = 0 \end{cases},$$

onde A e B são constantes não-nulas, e r é a distância de um elétron ao núcleo. As funções $f(r)$ e $g(r)$ são desconhecidas. Ele está certo? Se sim, justifique a sua resposta.

- 345 Considere dois íons A^{+x} e B^{-2} , que serão colocados em contato mútuo, obtendo o íon C^{+1} , cujo número atômico é 16. Qual o valor de x ? Quantos elétrons terá esse novo íon?



- (A) 1; 14 elétrons (C) -1; 14 elétrons (E) 3; 15 elétrons
(B) 1; 15 elétrons (D) -1; 15 elétrons

- 346 Considere três esferas metálicas idênticas e isoladas, feitas de uma mesma substância monoatômica, cujo número e massa atômicos são Z e M , respectivamente. As massas das esferas são $2m_0x$, $4m_0x$ e $24m_0/x^2$, com $x > 0$ (número real). Quais massas tornarão a carga elétrica, após o contato mútuo, o menor valor possível? E determine o valor dessa carga.

- (A) $4m_0, 8m_0$ e $6m_0$; $\frac{N_A Z m_0}{M} e$
(B) $m_0, 4m_0$ e $24m_0$; $\frac{29 N_A Z m_0}{M} e$
(C) $4m_0, 8m_0$ e $6m_0$; $\frac{6 N_A Z m_0}{M} e$
(D) $6m_0, 12m_0$ e $\frac{24}{9} m_0$; $\frac{93 N_A Z m_0}{9M} e$

tenha a forma $k_0 |q_1||q_2|/r^{2-\alpha}$, onde $|\alpha| \ll 1$. Considere uma esfera de raio R e carga elétrica Q . Em seu interior, bem próximo do centro, é colocado um corpúsculo de carga elétrica q e massa m . Essa partícula oscilará? Se sim, determine a frequência angular desse movimento.

- 353 Um condutor esférico metálico ôco de raio R e massa m é colocado dentro de um líquido dielétrico de permissividade elétrica $\varepsilon > \varepsilon_0$ (ver figura 12-5). Quando o condutor é neutro, o seu centro fica a uma distância $R/3$ acima do nível do líquido. Se ele estiver eletrizado com carga elétrica q , aquele centro fica no nível do líquido. Determine m .

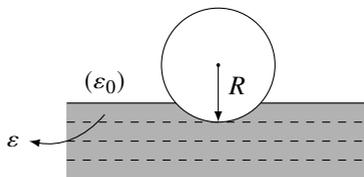


Fig. 12-5

- 354 Duas cargas elétricas puntiformes, q e Q , estão separadas por uma distância d , uma da outra (ver figura 12-6). Um dielétrico, com constante dielétrica κ e espessura x , é colocado entre elas. A magnitude da força elétrica entre q e Q será igual a

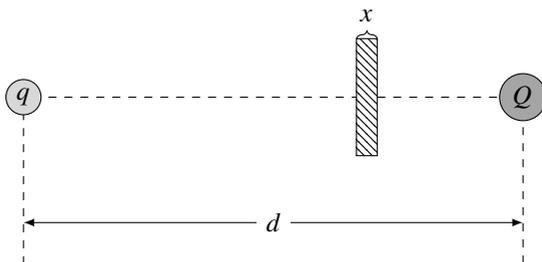


Fig. 12-6

- (A) $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q||Q|}{d^2}$
- (B) $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q||Q|}{(1-\kappa)d^2}$

verticalmente acima do centro da base. A estrutura é eletricamente neutra. Quando ela é colocada em um campo elétrico uniforme de intensidade E apontando do vértice A ao D , sabe-se que as cargas totais induzidas nas hastes DC e OC são q_1 e q_2 , respectivamente. Agora, ela é rotacionada para fazer com que o campo elétrico aponte do vértice A ao C . Quais serão as cargas induzidas em cada haste?

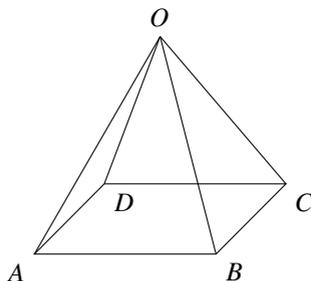


Fig. 12-10

- 359 Uma pirâmide de base quadrada e altura H tem uma distribuição de carga uniforme em todo seu volume (ver figura 12-11I). O módulo do campo elétrico e o potencial elétrico, em P , são E_0 e V_0 , respectivamente. Uma porção simétrica de altura h , a partir de P (vértice) tem sido removida. Determine a magnitude do campo elétrico e o potencial, naquele ponto, gerados pelo tronco de pirâmide (ver figura 12-11II).

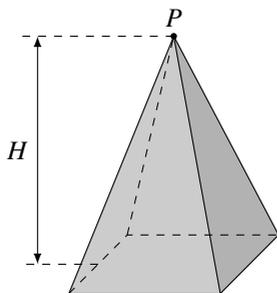


Fig. 12-11I

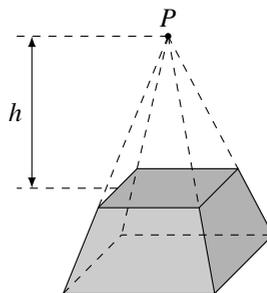


Fig. 12-11II

- 362 Uma grade plana e regular de cargas elétricas de mesma magnitude q , positivas e negativas alternadas, é construída colocando as cargas elétricas nos vértices dos quadrados de lado a (ver figura 12-13). Obtenha a expressão da energia potencial de uma carga elétrica, localizada em A , em função de q , a e ϵ_0 .

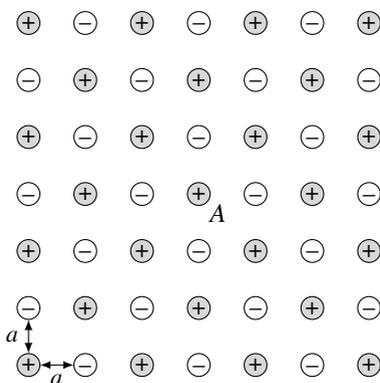


Fig. 12-13

- 363 Gotas de um dado líquido, de densidade ρ , eletricamente carregadas caem dentro de um recipiente condutor, esférico e metálico de raio R e com carga elétrica zero, desde uma altura $h > 2R$ (ver figura 12-14). Os diâmetros das gotas são comparáveis com o do buraco que permite a passagem delas. Considere que as gotas são pontos materiais. A massa e a carga elétrica de cada gota valem, respectivamente, m e q . Quantas gotas entrarão ainda nesse recipiente?

Dado: a gravidade local é \vec{g}

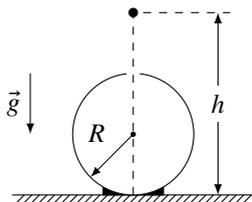


Fig. 12-14

de densidade ρ e constante dielétrica κ . Verifica-se que o nível do líquido sobe dentro das placas como mostrado na figura 12-23. A aceleração da gravidade é \vec{g} . Encontre a altura do nível do líquido dentro das placas do capacitor.

Dado: a gravidade local é \vec{g}

(A) $\sqrt{\frac{l^2}{4(\kappa - 1)^2} + \frac{\varepsilon_0 l V^2}{\rho g d^2}} - \frac{l}{(\kappa - 1)^2}$

(B) $\sqrt{\frac{l^2}{4(\kappa - 1)^2} + \frac{\varepsilon_0 l V^2}{\rho g d^2}} + \frac{l}{(\kappa - 1)^2}$

(C) $\sqrt{\frac{l^2}{4(\kappa - 1)^2} + \frac{\varepsilon_0 l V^2}{\rho g d^2}} - \frac{l}{2(\kappa - 1)}$

(D) $\sqrt{\frac{l^2}{(\kappa - 1)^2} + \frac{\varepsilon_0 l V^2}{\rho g d^2}} - \frac{l}{\kappa - 1}$

(E) $\sqrt{\frac{l^2}{(\kappa - 1)^2} + \frac{\varepsilon_0 l V^2}{\rho g d^2}} + \frac{l}{\kappa - 1}$

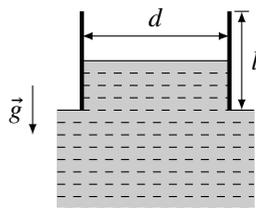


Fig. 12-23

Capítulo 13

Eletrodinâmica

13.1 Condutores, Isolantes e Corrente Elétrica

- 374 Um anel de raio R possui uma carga elétrica por unidade de comprimento igual a λ (ver figura 13-1). Se ele começa a girar em torno do eixo de simetria, perpendicular ao seu plano, com velocidade angular constante ω , determine a intensidade da corrente elétrica que fluirá no anel durante o seu movimento rotativo.

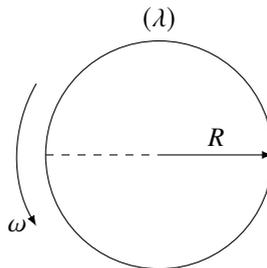


Fig. 13-1

- (A) $2\pi\lambda R\omega$ (C) $\lambda R\omega$ (E) $4\lambda R\omega$
(B) $\pi\lambda R\omega$ (D) $2\lambda R\omega$

- 375 Na figura 13-2, uma corrente elétrica constante I flui num condutor retilíneo, cuja resistividade aumenta monotonicamente na direção do fluxo de corrente. Se as resistividades nas seções transversais A e B são ρ_A e ρ_B , encontre o excesso de carga elétrica acumulada na seção AB .

Dado: a permissividade relativa do material do condutor é ϵ_r

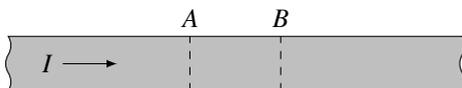


Fig. 13-2

- (A) $\epsilon_0(\rho_B - \rho_A)I$
 (B) $\epsilon_r\epsilon_0(\rho_B - \rho_A)I$
 (C) $(\epsilon_r - 1)\epsilon_0(\rho_B - \rho_A)I$
 (D) $(\epsilon_r^2 - 1)\epsilon_0(\rho_B - \rho_A)I$
 (E) Indeterminada
- 376 No interior de um condutor cuja seção transversal tem área A e resistividade ρ , estabelece-se um campo elétrico variável, cuja intensidade dependerá do tempo como $E = kt$ (k é uma constante positiva). Quantos elétrons atravessarão a seção do condutor desde $t = 0$ até $t = T$?

(A) $\frac{kAT^2}{2e\rho}$ (B) $\frac{kAT^2}{e\rho}$ (C) $\frac{kAT}{e\rho}$ (D) $\frac{k\rho T^2}{eA}$ (E) $\frac{k\rho T^2}{2eA}$

- 377 Considere um condutor na forma de um tronco de cone reto (ver figura 13-3). Nas seções A e B , o que podemos concluir sobre a corrente elétrica I , a densidade de corrente elétrica J e a velocidade do fluxo de elétrons v ?

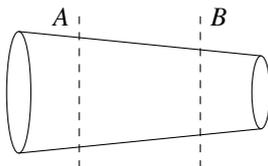


Fig. 13-3

taxa temporal de perda de energia, devido ao choque dos elétrons, sendo I a intensidade da corrente elétrica que passa por R .

Dados: a massa do elétron é m_e

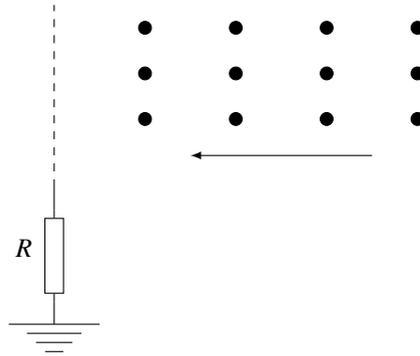


Fig. 13-5

- 384 Um fio condutor uniforme tem a forma de um círculo (ver figura 13-6). O mesmo fio foi usado para fazer sua diagonal AB . Uma corrente I entra no ponto P e sai no ponto diagonalmente oposto Q . O diâmetro AB faz um ângulo θ com a linha PQ . Encontre a corrente (i), através de AB em função de θ ($0 \leq \theta \leq \pi/2$).

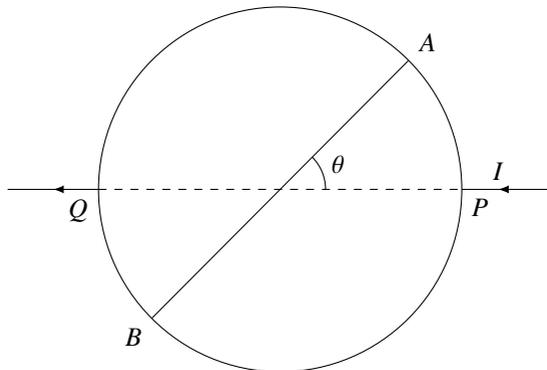


Fig. 13-6

- 391 Uma caixa preta contendo um circuito elétrico desconhecido tem três terminais A , B e C . Três experimentos diferentes foram realizados com a caixa preta conectando uma bateria, um reostato, um amperímetro ideal e um voltímetro ideal. Medidas feitas nesses experimentos estão indicadas nos gráficos das figuras 13-10I-III, que são mostrados juntamente com o circuito correspondente usado. Sugira o circuito ou circuitos mais simples possíveis na caixa preta e encontre seus parâmetros.

Experimento I

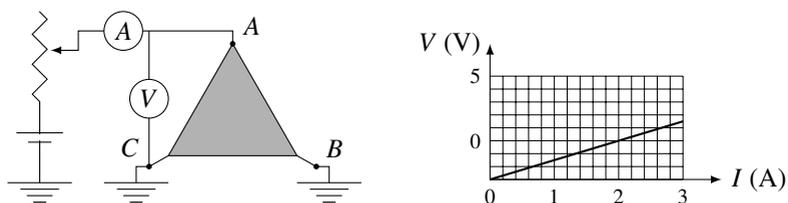


Fig. 13-10I

Experimento II

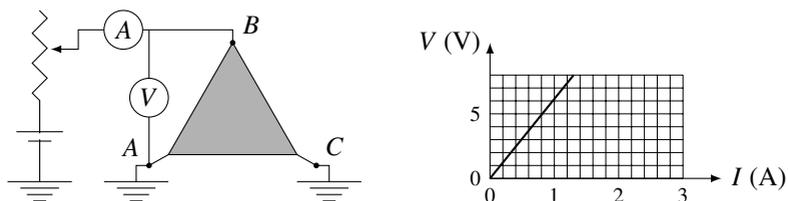


Fig. 13-10II

Experimento III

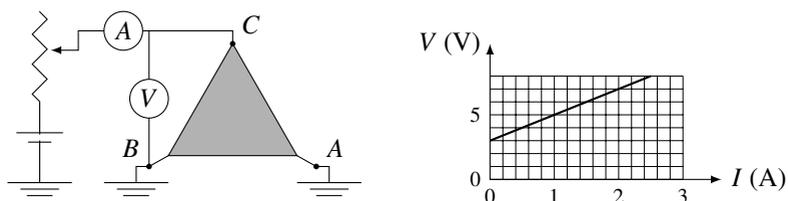


Fig. 13-10III

Capítulo 14

Magnetismo

14.1 Campo Magnético, Ímãs e Bobinas

- 394 Uma corrente elétrica é conduzida por um condutor cilíndrico muito longo e reto que possui uma cavidade de mesma natureza geométrica (ver figura 14-1). A distância entre os eixos da cavidade e do condutor é d . Com respeito ao campo magnético, em P , dentro desse “buraco cilíndrico”, assinale a alternativa correta. Considere que a densidade de corrente tem a direção do eixo desse condutor (eixo- z , que aponta para fora dessa página) e é uniforme, com magnitude J .

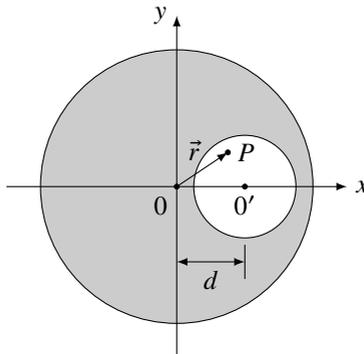


Fig. 14-1

- (A) É não uniforme e aponta na direção positiva do eixo- y para qualquer ponto do eixo- y
- (B) É não uniforme e aponta na direção positiva do eixo- y para qualquer ponto do plano xy
- (C) É uniforme, com magnitude $\mu_0 J a/2$ e aponta na direção positiva do eixo- y
- (D) Para qualquer ponto, a direção muda, mas a sua magnitude é fixa e igual a $\mu_0 J a/2$
- (E) É impossível afirmar algo sobre o campo nessa região por falta de mais informações

- 401 Uma lâmina feita de um material isolante que contém uma certa quantidade de carga elétrica é colocada no plano xy de um sistema de coordenadas como mostrado na figura 14-5. O potencial eletrostático na origem 0 devido às cargas na lâmina é V_0 . Essa lâmina é posta para girar em torno do eixo- z com velocidade angular ω . Determine a magnitude do campo magnético em 0 .

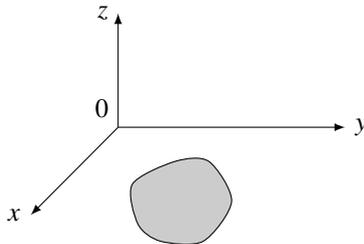


Fig. 14-5

- 402 Uma barra dielétrica cilíndrica comprida de raio r e comprimento l ($l \gg r$) contém uma carga elétrica distribuída uniformemente em sua superfície (σ), como mostra a figura 14-6. Ela é posta para girar em torno do seu eixo (E) com velocidade angular ω . Determine o módulo do campo magnético no centro da barra.

Dado: a permeabilidade magnética no material da barra é μ_r

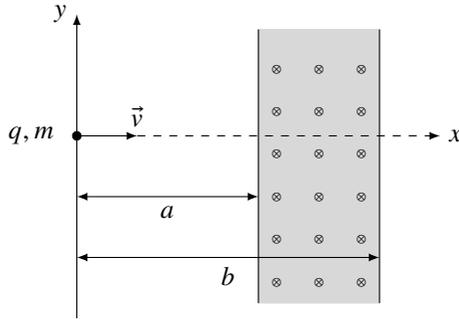


Fig. 14-10

- (A) $\frac{qBb}{m}$. (C) $\frac{qB(b-a)}{m}$. (E) $\frac{2qB(b-a)}{m}$.
 (B) $\frac{qBa}{m}$. (D) $\frac{qB(b+a)}{2m}$.

409 Um fio que conduz uma corrente elétrica de 3 A é dobrado na forma de uma parábola $y^2 = 4 - x$ como mostra a figura 14-11, onde x e y estão em metros. O condutor está localizado em um campo magnético uniforme $\vec{B} = 5 \text{ T } \hat{k}$. A força atuante nele será

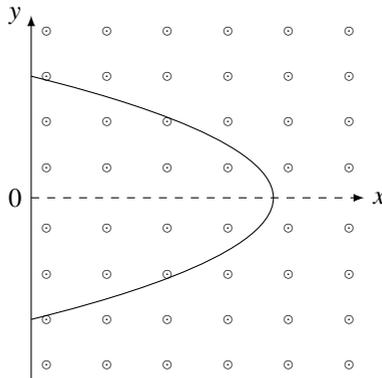


Fig. 14-11

- (A) $60 \text{ N } \hat{i}$. (C) $30 \text{ N } \hat{i}$. (E) NDA.
 (B) $-60 \text{ N } \hat{i}$. (D) $-30 \text{ N } \hat{i}$.

- 414 Um fio fino e isolado é dobrado até formar uma espiral plana e circular, cujos raios interno e externo serão a e $b > a$, respectivamente (ver figura 14-16). Se nesse condutor, com n voltas bem próximas entre si, flui uma corrente elétrica I , determine o módulo do momento magnético dessa espira.

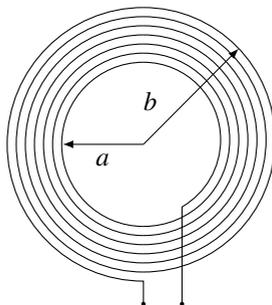


Fig. 14-16

- 415 Em A , ocorre uma explosão de partículas, com a mesma velocidade v_0 , cujo ângulo de dispersão é pequeno e igual a $\delta\alpha \ll 1$. Além disso, há um campo magnético uniforme \vec{B} saindo perpendicularmente desta página (ver figura 14-17). Determine a distância de A' à A , onde em A' haverá o reencontro do feixe. Qual será o comprimento transversal do feixe, em A' ? A massa e a carga elétrica de cada partícula serão m e q , respectivamente.

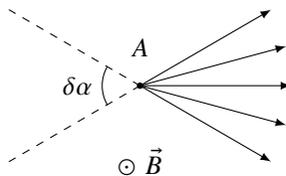


Fig. 14-17

Capítulo 15

Indução Eletromagnética

15.1 Indução Eletromagnética e Lei de Faraday-Lenz

416 Sobre dois trilhos paralelos, condutores, horizontais e infinitos, existem duas barras idênticas ortogonais a eles, de comprimento l , em repouso, e livres para se movimentarem ao longo desses (ver figura 15-1). A distância entre as barras (x) pode variar com o tempo. A resistência elétrica de cada trilho é muito menor diante da resistência de uma das barras. Num dado intervalo de tempo curto δt , um campo magnético vertical uniforme pra cima, \vec{B} , é ligado, fazendo com que as barras se movam. A distância inicial entre as barras é x_0 . Durante a indução magnética

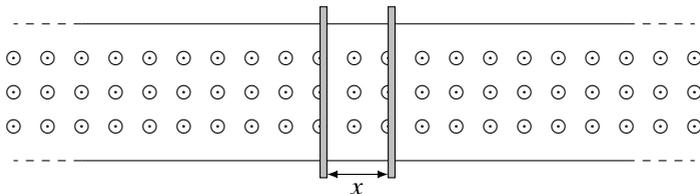


Fig. 15-1

(A) As barras serão atraídas, entre si, e $\delta x = -2l$.

- 419 Um anel condutor circular é colocado para rotacionar com velocidade angular ω em torno de A , como mostra a figura 15-3. O raio do anel é a . Determine (a) a ddp entre A e C e (b) a ddp entre A e D .

- (A) (a) $B\omega a^2$; (b) $2B\omega a^2$
 (B) (a) $2B\omega a^2$; (b) $B\omega a^2$
 (C) (a) $B\omega a^2$; (b) $B\omega a^2$
 (D) (a) $2B\omega a^2$; (b) $2B\omega a^2$
 (E) (a) $B\omega a^2/2$; (b) $B\omega a^2/4$

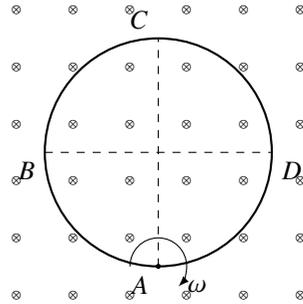


Fig. 15-3

- 420 Uma espira de fio condutor tem formato de um semicírculo de raio R e está localizada na fronteira de um campo magnético uniforme \vec{B} (ver figura 15-4). Em $t = 0$, a espira é colocada em rotação com uma aceleração angular constante α em torno de um eixo- O coincidindo com uma linha do vetor \vec{B} na borda. Encontre a fem induzida no circuito em função do tempo.

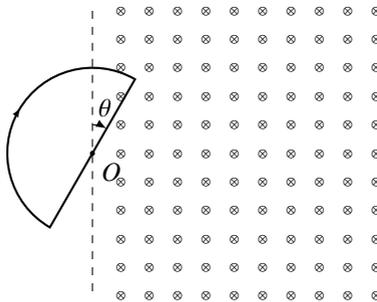


Fig. 15-4

- 421 Um fio uniforme de resistência por unidade de comprimento λ é dobrado num formato de semicírculo de raio a (ver figura 15-5). Ele gira com velocidade angular constante ω em um plano vertical em torno de um eixo

AB fornece uma força de campo elétrico zero ao longo de AB e, portanto, resolve o problema. Usando a técnica descrita, encontre a intensidade do campo elétrico e a indução do campo magnético próximo ao plano metálico no momento em que o topo da onda incidente atinge o plano AB .

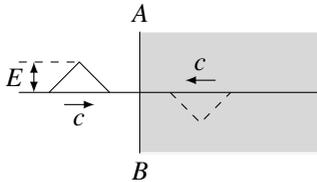


Fig. 15-11I

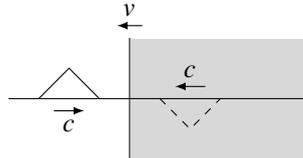


Fig. 15-11II

Esse método das ondas fictícias também pode ser usado para resolver o problema da reflexão de uma onda eletromagnética de uma superfície metálica movendo-se com velocidade \vec{v} (ver figura 15-11II). Para resolver este problema, é necessário selecionar uma onda fictícia de tal forma que, tendo entrado na região fora do metal e tornando-se real, quando sobreposta à onda incidente, dê uma intensidade de campo elétrico no CGS (sistema métrico nas unidades centímetro, grama e segundo) que é v/c vezes menor que a indução magnética. Explique essa condição.

- 431 Uma onda eletromagnética propaga-se com uma frequência de 3 MHz no vácuo e logo ingressa num meio não-magnético cuja constante dielétrica é 4. Determine a variação no comprimento de onda dessa onda.

Dado: a velocidade da luz no vácuo é igual a 3×10^8 m/s

- (A) 25 m (B) 50 m (C) 100 m (D) 200 m (E) 400 m

- 432 Em certa região do espaço tem-se uma onda eletromagnética monocromática e linearmente polarizada tal que o campo elétrico é $E = E_0 \sin(ky + \omega t)$. Se nesse meio (índice de refração igual a n), um elétron sofre maior força magnética, determine-a, em módulo. Considere que a velocidade do elétron tem valor constante e igual a v .

Capítulo 16

Física Moderna

16.1 Efeito Fotoelétrico e Princípio da Incerteza

436 A energia mecânica total, E , de um elétron de massa m_e e carga elétrica $-e$ com momento linear \vec{p} , que está a uma distância r do próton, num átomo de hidrogênio, é igual a

$$E = \frac{p^2}{2m_e} - \frac{k_0 e^2}{r},$$

onde k_0 é a constante de Coulomb para o vácuo. Determine (a) todos os valores válidos para E e (b) os valores de r e E quando o elétron está no estado fundamental. Não use a mecânica newtoniana para resolver esse problema (princípio de correspondência de Bôhr, ou seja, o limite clássico é obtido da física quântica de Schrödinger).

437 Determine a energia cinética máxima do fotoelétron emitido da superfície de uma placa de Lítio quando exposta a uma radiação eletromagnética cuja componente elétrica varia com o tempo como $\vec{E} = \vec{E}_0(1 + \cos \omega t) \cos \omega_0 t$, onde \vec{E}_0 é uma constante.

Dados: $\hbar = 1,05 \times 10^{-34}$ Js, $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19}$ J, $\phi_{\text{Li}} = 2,39 \text{ eV}$, $\omega = 6,00 \times 10^{14} \text{ rad/s}$ e $\omega_0 = 3,60 \times 10^{15} \text{ rad/s}$

(A) $\sqrt{2}$.

(C) $\sqrt{2}/2$.

(E) $\sqrt{7/15}$.

(B) $\sqrt{15/28}$.

(D) $\sqrt{15/7}$.

- 440 Na figura 16-2, um pequeno espelho plano totalmente refletor é colocado horizontalmente sobre um feixe luminoso, onde suas faces maiores são perpendiculares aos raios que compõem o feixe. A massa do espelho é igual a 20 g. Despreze a absorção de energia pela lente e que somente 30% da luz emitida pela fonte puntiforme S atravessa a lente e chega ao espelho. Qual será a intensidade rejeitada pela lente, em W/cm^2 , para sustentar o espelho? A distância focal dessa lente é igual a 0,50 cm.

Dados: a gravidade local tem valor igual a 10 m/s^2 e a velocidade da luz no vácuo, $3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$

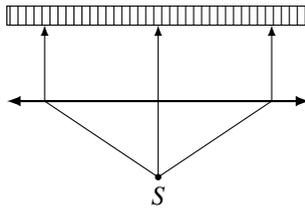


Fig. 16-2

- 441 Em 1897, o físico irlandês Joseph Larmor escreveu um artigo onde descrevia a radiação devido aos íons em movimento acelerado. Apesar do momento da publicação do seu trabalho, em que a Física de Partículas ainda estava engatinhando, a fórmula de Larmor tem prestado aos estudos de diferentes modelos. A maneira convencional de escrever a potência total radiada para uma carga elétrica puntiforme q e acelerada não-relativisticamente (\vec{a}) é dada por

$$P_L = \frac{\mu_0 q^2 a^2}{6\pi c}.$$

Considere todas as perdas de energia pela radiação. No modelo do átomo de Hidrogênio de Bôhr, um elétron orbita um próton com momento angular $L = h/(2\pi)$, no seu estado fundamental. Determine $\Delta E/E(1)$, onde $E(1)$ é

- (A) $8,2 \times 10^{-6} \text{ N}$ (C) $8,2 \times 10^{-8} \text{ N}$ (E) $2,5 \times 10^{-9} \text{ N}$
 (B) $4,1 \times 10^{-6} \text{ N}$ (D) $4,1 \times 10^{-8} \text{ N}$

- 446 Um feixe de luz monocromática de comprimento de onda λ ejeta fotoelétrons de uma superfície de Césio com função-trabalho igual a 1,9 eV. Esses fotoelétrons são produzidos para colidirem com átomos de Hidrogênio no estado fundamental. Determine o valor máximo de λ para que (a) os átomos de Hidrogênio possam ser ionizados, (b) os átomos de Hidrogênio possam ser excitados do estado fundamental para o primeiro estado excitado e (c) os átomos de Hidrogênio possam emitir luz visível.

Dados: $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ Js}$ (constante de Planck), $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ (velocidade da luz no vácuo) e $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$

- 447 Uma fonte pontual de luz está localizada no centro de um hemisfério. A superfície interna é completamente refletora (ver figura 16-3). Determine a força no hemisfério devido à luz que incide sobre ele se a fonte emite uma potência P .

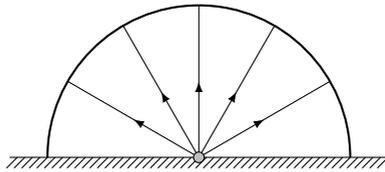


Fig. 16-3

- (A) $\frac{P}{c}$ (B) $\frac{2P}{c}$ (C) $\frac{P}{2c}$ (D) $\frac{3P}{c}$ (E) $\frac{P}{3c}$

- 448 Uma partícula admite uma órbita circular quando está sujeita a um potencial quadrático (proporcional a r^2 , onde r é o raio orbital). Usando os postulados de Böhr, o que você pode concluir sobre $r = r(n)$ e $E = E(n)$, com $n = 1, 2, 3, \dots$, sendo que $r(n)$ e $E(n)$ são o raio e a energia mecânica para uma n -ésima órbita, respectivamente?

455 Considere um oscilador harmônico bidimensional de energia

$$E = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}r^2,$$

onde r é a distância ao centro e ω a frequência angular do oscilador. Para órbitas circulares, aplicando a condição de quantização de Bôhr, obtenha os níveis de energia. Qual seria a frequência da radiação emitida, numa transição entre dois níveis vizinhos?

16.2 Transformações de Lorentz

456 Mostre que, se as frentes de onda da luz são esféricas tanto em S quanto em S' , é obrigatório que o fator de Lorentz seja igual a $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, onde c é a velocidade da luz no vácuo.

Dado: o referencial S' é móvel, que tem velocidade \vec{v} ao longo do eixo- x do referencial fixo S

457 No experimento de Michelson-Morley, se o comprimento dos braços do interferômetro (as distâncias dos espelhos ao divisor de feixes, indicados por M_1 e M_2) é igual a l e o comprimento de onda da luz da fonte é λ , mostre que o desvio no número de franjas é igual a

$$\Delta N \cong \frac{2lv^2}{c^2\lambda},$$

onde v seria a velocidade do meio e c , a velocidade da luz no vácuo. É importante lembrar que estamos considerando o efeito de movimento do meio e a rotação por um quarto de volta do aparato. A teoria do éter móvel para o experimento de Michelson-Morley considera o caso especial em que os braços do interferômetro são paralelos e perpendiculares ao movimento dele. Considere o caso geral para uma rotação θ como mostrado na figura 16-5. Prove que, para braços iguais de comprimento l , a diferença de tempo Δt para os dois caminhos é dada, com boa aproximação, por

$$\Delta t(\theta) = \frac{v^2 l}{c^3} \cos(2\theta).$$

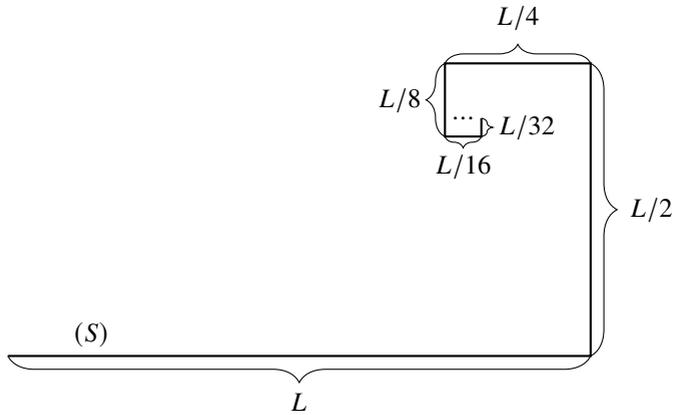


Fig. 16-7

464 No experimento de Fizeau, o fluxo da água pode apresentar turbulências, gerando erros consideráveis na interferência entre os raios no detector (telescópio T). Para fugir disso, o meio é substituído por outro, que é um disco de vidro de índice de refração n e de raio R , girando em torno do seu eixo com velocidade angular ω (ver figura 16-8). Se o coeficiente de arrasto desse meio é f , a diferença de caminho óptico entre os raios será

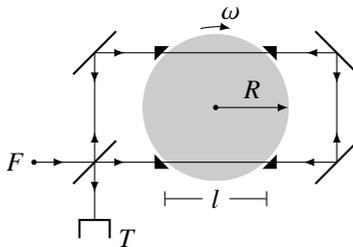


Fig. 16-8

- | | |
|---|-----------------------------------|
| (A) $\frac{2n^2 fl\omega R}{c}$. | (D) $\frac{n^2 fl\omega R}{c}$. |
| (B) $\frac{2n^2 fl\omega \sqrt{4R^2 - l^2}}{c}$. | (E) $\frac{3n^2 fl\omega R}{c}$. |
| (C) $\frac{n^2 fl\omega \sqrt{4R^2 - l^2}}{c}$. | |

(A) $\gamma \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right) \lambda.$

(B) $\frac{\gamma (1-\beta)^2}{1+\beta} \lambda.$

(C) $\frac{\gamma (1+\beta)^2}{1-\beta} \lambda.$

(D) $\gamma (1-\beta) \lambda.$

(E) $\gamma (1+\beta) \lambda.$

- 473 Em S' , uma barra reta paralela ao eixo- x' move-se ao longo do eixo- y' com velocidade u (ver figura 16-9). Para S , que é fixo, em qual sentido a barra girará? Determine esse desvio angular em termos de $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$, v (velocidade de S' ao longo do eixo- x), u e c (velocidade da luz no vácuo).

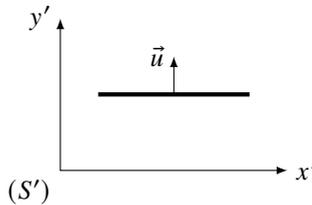


Fig. 16-9

- (A) Horário; $-\arctg \left(\frac{\gamma uv}{c^2} \right)$ (D) Antihorário; $\arctg \left(\frac{uv}{c^2} \right)$
 (B) Antihorário; $\arctg \left(\frac{\gamma uv}{c^2} \right)$ (E) Horário; $-\arctg \left(\frac{uv}{c^2} \right)$
 (C) Horário; $-\arctg \left(\frac{uv}{c^2} \right)$

- 474 Em relação ao problema 472, se

$$\beta = 0, \underbrace{999\dots 995}_{2n \text{ vezes}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

qual será o comprimento de onda para o referencial móvel (S')?

- 475 Mostre que, para qualquer instante, existe apenas um plano em S sendo que os relógios de S concordam com os de S' , e que esse plano move-se com velocidade

$$u = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{c^2}{v},$$

sendo $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$.

- 476 Em S' , uma rede uniforme de relógios emitem (todos) um flash ao meio-dia. Prove que, em S , esse flash ocorre num plano ortogonal ao eixo- x , e que esse viaja em x , no sentido positivo, com velocidade constante c^2/v (v é a velocidade de S' ao longo do eixo- x).

- 477 Um espelho move-se na direção de sua normal, no referencial fixo S , com velocidade \vec{v} . Um raio luminoso incide sobre ele com frequência ν_0 e ângulo θ_0 e é refletido com frequência ν e ângulo θ (ver figura 16-10).

(a) Mostre que

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\theta_0}{2}\right) = \left(\frac{c+v}{c-v}\right) \operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right).$$

(b) Determine a relação ν/ν_0 .

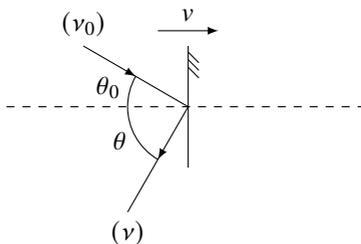


Fig. 16-10

- 478 Um trem de ondas planas de comprimento de onda λ , em S , propaga-se com velocidade w atravessando a origem de S , segundo um ângulo $0 < \alpha < \pi/2$ com a direção do eixo- x . Para um referencial S' , que se move com velocidade v ao longo do eixo- x , mostre que o comprimento de onda e a velocidade serão iguais, nessa ordem, a

480 Em dado referencial S , um raio de luz viaja ao longo de uma linha reta que sua fonte de frequência própria ν_0 cruza em 30° na emissão e um observador cruza em 30° na recepção (não necessariamente no mesmo plano). Ambos têm velocidade u em relação a S . Encontre a frequência ν observada. Qual é ν se o segundo ângulo é 60° em vez de 30° ? Considere agora que a fonte cruza o eixo- x com um ângulo $0 < \theta_1 < \pi/2$ e o observador, $0 < \theta_2 < \pi/2$, tal que, $\theta_1 \neq \theta_2$. As velocidades da fonte e do observador, nesse instante, para S , serão, respectivamente, iguais a u_1 e u_2 . A frequência própria da fonte é ν_0 . Determine ν nesse caso geral.

481 No efeito Compton, um fóton de energia E é espalhado a um ângulo de 90° por um elétron de massa m . Qual será a energia do fóton após o espalhamento?

(A) $\frac{m^2 c^4}{E - 2mc^2}$

(D) $\frac{E^2}{E + mc^2}$

(B) $\frac{m^2 c^4}{E + 2mc^2}$

(E) $\frac{Emc^2}{E + mc^2}$

(C) $\frac{m^2 c^4}{E + mc^2}$

482 Três partículas com massa de repouso m_0 estão inicialmente alinhadas. A partícula mais à esquerda move-se com velocidade v_0 , para a direita, enquanto as outras duas estão em repouso. Se na primeira colisão entre essa partícula em movimento e a do meio ocorre um choque totalmente inelástico e posteriormente a partícula resultante daí choca-se também inelasticamente com a partícula da direita, qual é a velocidade e a massa de repouso finais do sistema?

Dado: o fator de Lorentz da partícula incidente é $\gamma_0 = 1/\sqrt{1 - v_0^2/c^2}$

483 Um foguete, ao ser impulsionado numa direção retilínea, emite uma radiação em sentido oposto ao seu movimento. Para um referencial fixo inicial, a velocidade do foguete é \vec{v} . Determine v/c (c é a velocidade da luz no vácuo) em termos de m_0 e m , que são nessa ordem, as massas inicial e final do foguete.

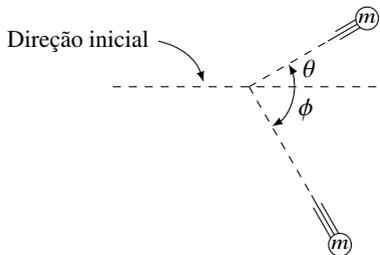


Fig. 16-12

- (A) γ (C) 1 (E) $2/(\gamma - 1)$
 (B) -1 (D) $2/(1 + \gamma)$

488 As variáveis de Mandelstam s , t e u são definidas para reação



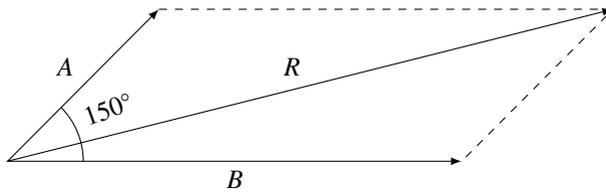
por $s = (\vec{P}_A + \vec{P}_B)^2/c^2$, $t = (\vec{P}_A - \vec{P}_C)^2/c^2$ e $u = (\vec{P}_A - \vec{P}_D)^2/c^2$, onde \vec{P}_A , \vec{P}_B , \vec{P}_C e \vec{P}_D são os quadrivetores de momento-energia de A , B , C e D , respectivamente. Mostre que $s + t + u = m_A^2 + m_B^2 + m_C^2 + m_D^2$.

Dado: o quadrivetor momento-energia de uma partícula de massa de repouso m , energia E e velocidade \vec{v} é definido, no espaço-tempo de Minkowski, por $\vec{P} = (\gamma m \vec{v}, E/c)$, com $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ (c é a velocidade da luz no vácuo), tal que $\vec{P} \cdot \vec{P} = P^2$ não depende do referencial escolhido, ou seja, é um *escalar de Lorentz*. No ambiente da Relatividade Especial, o produto escalar entre dois quadrivetores \vec{X} e \vec{Y} quaisquer é dado por $\vec{X} \cdot \vec{Y} = x_4 y_4 - \sum_{k=1}^3 x_k y_k$, com $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ e $\vec{X} = (\vec{x}, x_4)$ etc

489 Na figura 16-13, um corpo com massa $m_1 + \Delta m$ está conectado a outro corpo, cuja massa é $m_2 - \Delta m$, por meio de uma mola de constante elástica k e massa negligenciável em confronto com as dos corpos. A mola está relaxada. O sistema está sobre uma mesa lisa e horizontal, em repouso. Uma radiação é emitida pelo corpo 1 e absorvida pelo corpo 2, mudando suas massas para m_1 e m_2 , respectivamente, e fazendo o sistema oscilar. Desprezando o tempo de viagem da radiação entre os corpos, determine a máxima deformação sofrida por essa mola.

017 Alternativa D

Pela figura abaixo, a resultante \vec{R} terá módulo tal que:



$$R^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos 150^\circ = A^2 + B^2 - AB\sqrt{3},$$

e usando o valor de A, segue

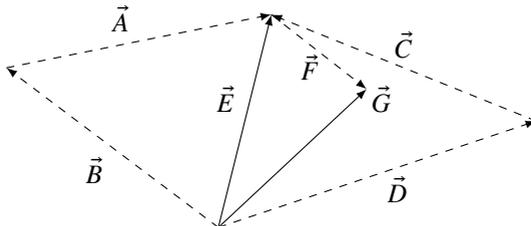
$$R^2 = \underbrace{16}_c + \underbrace{(-4\sqrt{3})}_b B + \underbrace{1}_a B^2 = f(B).$$

O mínimo de R será

$$f_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-(-4\sqrt{3})^2 + 4 \cdot 1 \cdot 16}{4} \Rightarrow \boxed{R_{\min} = 2\mu}.$$

018 Alternativa E

Representemo-lo por \vec{R} , disso, vendo a figura abaixo, onde destacamos \vec{E} e \vec{G} , temos



$$\vec{R} = \underbrace{\vec{A} + \vec{B}}_{\vec{E}} + \underbrace{\vec{C} + \vec{D}}_{\vec{E}} + \underbrace{\vec{E} + \vec{F}}_{\vec{G}} + \vec{G} = \vec{E} + \vec{E} + \vec{G} + \vec{G} \Rightarrow \boxed{\vec{R} = 2\vec{E} + 2\vec{G}}.$$

019 Alternativa E

Veja o esquema da figura:

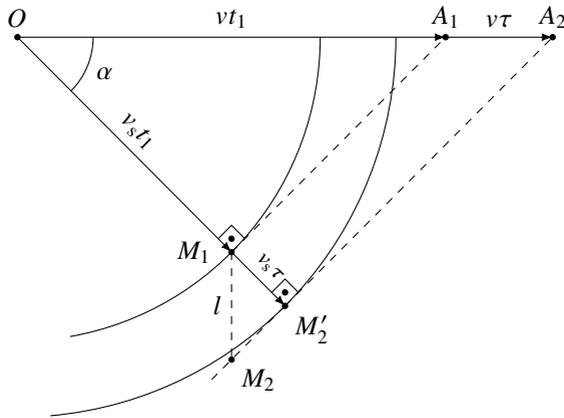


Fig. I

Agora, observe o seguinte triângulo retângulo (em M_1):

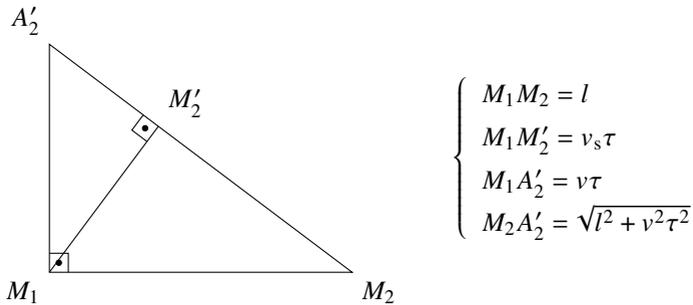


Fig. II

Utilizando a 5ª relação do Tópico B-I no triângulo maior da figura II, temos

$$\begin{aligned} \sqrt{l^2 + v^2\tau^2}v_s\tau &= lv\tau \\ l^2 + v^2\tau^2 &= \frac{l^2v^2}{v_s^2} \implies v^2 \left(\frac{l^2}{v_s^2} - \tau^2 \right) = l^2, \end{aligned}$$

ou seja, reajustando isso, obtemos

$$v^2 = \frac{v_s^2 l^2}{l^2 - v_s^2 \tau^2} \implies v = \frac{lv_s}{\sqrt{l^2 - v_s^2 \tau^2}}.$$

E ainda

$$\frac{L}{v_0} + \frac{v_0}{a} = 2\sqrt{\frac{L}{a}},$$

e elevando ambos os membros ao quadrado, vem

$$\frac{L^2}{v_0^2} + \frac{2L}{a} + \frac{v_0^2}{a^2} = \frac{4L}{a} \implies \frac{L^2}{v_0^2} + \frac{v_0^2}{a^2} = \frac{2L}{a},$$

fatorando isso num binômio, vem

$$\left(\frac{L}{v_0} - \frac{v_0}{a}\right)^2 = 0,$$

cujas raízes são iguais e dadas por

$$\frac{L}{v_0} = \frac{v_0}{a} \implies v_0^2 = aL \implies \boxed{v_0 = \sqrt{aL}}.$$

- 035 (a) Vamos desenhar um círculo imaginário de raio h , como mostra a figura I abaixo. Além dos círculos de raios r e R , o tempo que a bolinha permanece na região delimitada pelos círculos de raios h e r corresponde à fração de tempo de viagem quando sua posição radial é $h < x < r$ (depois que a bolinha volta para a posição original indicada na figura, a trajetória é tipo-estrela):

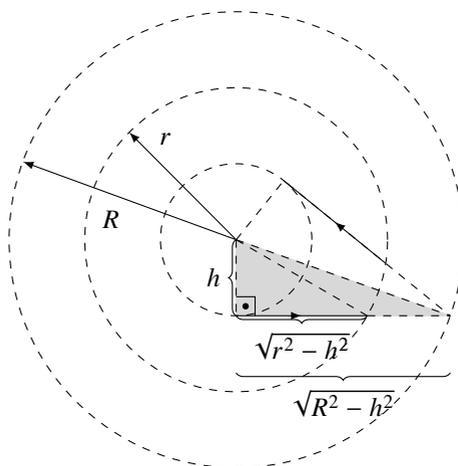


Fig. I

número de voltas, temos⁴

$$\begin{aligned} \Delta t_{\text{total}} &= 2 \cdot \left[\frac{(2\pi Rn)^2 - 0^2}{2vR} \right] + \frac{\pi \cdot (2\pi Rn)}{v} \\ &= \frac{4n^2\pi^2 R}{v} + \frac{2n\pi^2 R}{v} \implies \boxed{\Delta t_{\text{total}} = \frac{2n(2n+1)\pi^2 R}{v}}. \end{aligned}$$

Veja as situações (1), (2) e (3) da figura II a seguir que mostram os instantes de desenrolamento, percurso semicircular e enrolamento feito pela corda:

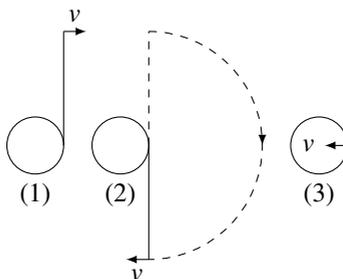


Fig. II

- 040 (a) Para o gráfico $v \times t$, no intervalo de 0 a x_0/v_0 , a velocidade tem sinal positivo (v_0). Em x_0/v_0 , esse sinal muda para $-v_0$ (negativo). Em $3x_0/v_0$, muda novamente para v_0 onde dura até $4x_0/v_0$ (ver figura I):

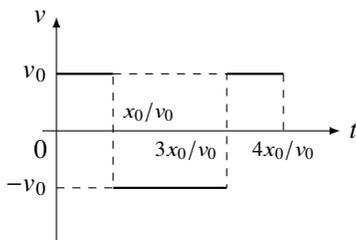


Fig. I

⁴Usei soma telescópica para determinar o tempo de desenrolamento. Como $t(x) = Ax^2$, com $2RvA = 1$, $t_j - t_{j-1} = \Delta t_j$ é o j -ésimo tempo para uma volta completa ($1 \leq j \leq n$). Então

$$\Delta t_{\text{des}} = \sum_{j=1}^n \Delta t_j = (2\pi R)^2 A \sum_{j=1}^n [j^2 - (j-1)^2] = \frac{2\pi^2 R}{v} (n^2 - 0) = \frac{2\pi^2 Rn^2}{v}.$$

Por Torricelli, $v^2 = -2ad$ ($a = \text{const.}$), temos

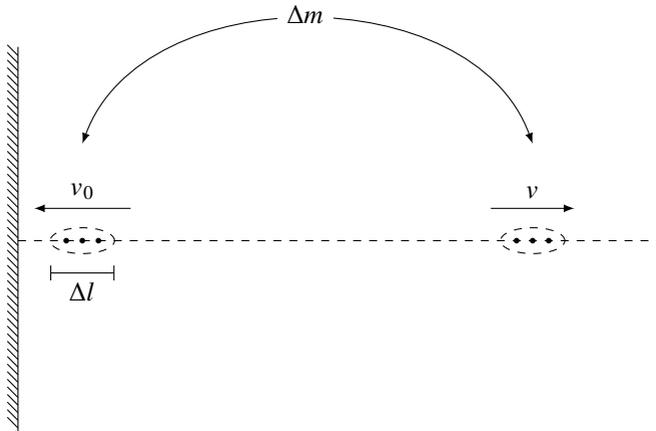
$$v^2 = -2d \left(-\frac{k}{m} v^n \right) = \frac{2kd}{m} v^n$$

$$v^{2-n} = \underbrace{\frac{2k}{m}}_{>0} d \rightarrow \infty \implies 2 - n \leq 0 \implies \boxed{n \geq 2} \quad (0^0 \rightarrow \infty).$$

Nota: sem perda de generalidade, consideramos a sendo constante.

108 Alternativa D

Observe:



Pela 2ª lei de Newton, vem

$$F = \frac{\Delta m v - (-\Delta m v_0)}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} (v_0 + v) \implies \boxed{F = \lambda v_0 (v_0 + v)}.$$

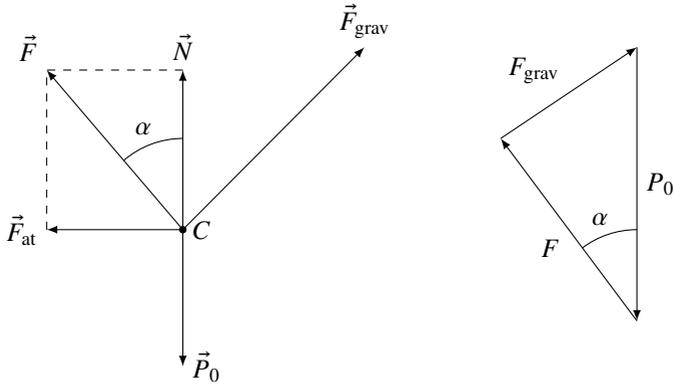
Nota: sendo o fluxo livre de perda de massa (obstáculo impenetrável), vem

$$\Delta m = \lambda \Delta l = \lambda' \Delta l' \implies \Delta l = \Delta l',$$

já que $\lambda = \lambda'$. Se for penetrável, $\lambda \neq \lambda'$ e $\lambda' = \lambda v_0 / v$.

109 Alternativa A

Adotando o sistema de referência Oxy , temos:



Usando a lei dos cossenos no triângulo vetorial, temos

$$F_{\text{grav}}^2 = P_0^2 + F^2 - 2P_0F \cos \alpha$$

$$P_0^2 - F_{\text{grav}}^2 = F(2P_0 \cos \alpha - F) > 0.$$

É fácil ver que $P_0 > F_{\text{grav}}$. Quando B está acima de C , no limite $N \rightarrow 0$, é necessário que $P_0 > F_{\text{grav}}$ para garantir a não perda de contato entre C e D . Usando a desigualdade entre as médias aritmética e geométrica, vem

$$\frac{F + 2P_0 \cos \alpha - F}{2} \geq \sqrt{P_0^2 - F_{\text{grav}}^2}$$

$$P_0^2 \cos^2 \alpha \geq P_0^2 - F_{\text{grav}}^2 \implies F_{\text{grav}} \geq P_0 \sin \alpha.$$

Mas, para evitar escorregamento de C , $F_{\text{at}} \leq \mu N$, ou seja, $\tan \alpha \leq \mu$. Assim

$$\tan^2 \alpha \leq \mu^2 \implies \cot^2 \alpha \geq \frac{1}{\mu^2}$$

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 \geq \frac{1}{\mu^2} \implies \sin^2 \alpha \leq \frac{\mu^2}{\mu^2 + 1}$$

$$\left(\frac{GM}{r^2 g_0} \right)^2 \leq \frac{\mu^2}{\mu^2 + 1}$$

$$1 + \frac{1}{\mu^2} \leq \frac{r^4 g_0^2}{G^2 M^2}$$

$$\frac{1}{\mu^2} \leq \frac{g_0^2 r^4 - G^2 M^2}{G^2 M^2} \implies \boxed{\mu \geq \frac{GM}{\sqrt{g_0^2 r^4 - G^2 M^2}}}$$

Usando a equação de Bernoulli na figura II, temos

$$\underbrace{p_3}_{p_{\text{atm}}} + \underbrace{\frac{1}{2}\rho v_3^2 + \rho g y_3}_0 = \underbrace{p_1}_{p_{\text{atm}}} + \underbrace{\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1}_0$$

$$\rho g h = \frac{1}{2}\rho v_1^2 \implies v_1 = \sqrt{2gh} \cong 11 \text{ m/s.}$$

E finalmente

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = A \frac{\Delta s}{\Delta t} = A v_1$$

$$\Delta V = \pi \left(2 \cdot 10^{-2}\right)^2 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 3.600 \implies \boxed{\Delta V \cong 150 \text{ m}^3}.$$

- 244 Quando o cilindro está em repouso, as forças que atuam nele são $\rho g V$ (peso) e $\rho_0 V g$ (empuxo), sendo $V = \pi r^2 l$ o seu volume.

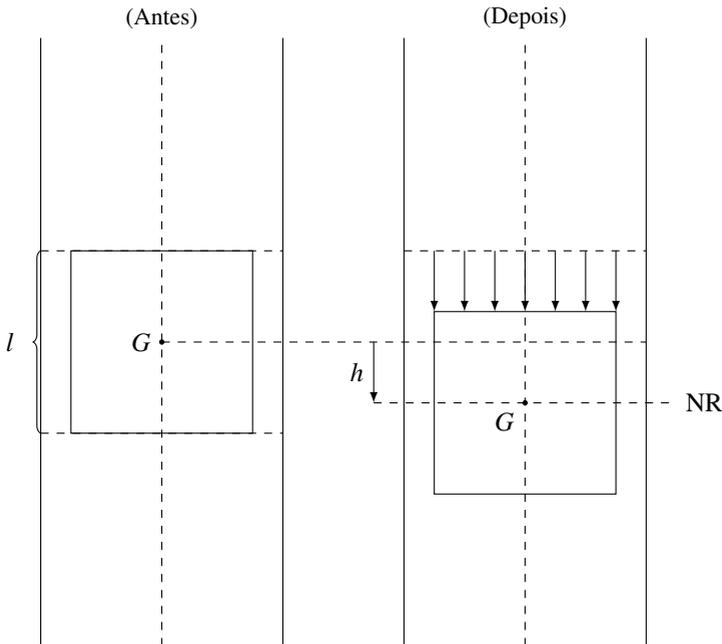


Fig. I

Na descida do cilindro, o líquido subirá (ver figura I). Por causa disso, a distribuição de pressão ao redor do cilindro muda de maneira complicada. Pela equação da continuidade (veja a figura II a seguir)

Usando a 2ª lei de Newton na j -ésima massa, temos

$$ma_j = k(q_{j+1} - q_j) - k(q_j - q_{j-1}) \implies a_j = \omega_0^2(q_{j+1} + q_{j-1} - 2q_j),$$

onde $q_j = A_j e^{i\omega t} \implies a_j = -A_j \omega^2 e^{i\omega t}$, então, em termos de amplitude

$$-A_j \omega^2 = \omega_0^2(A_{j+1} + A_{j-1} - 2A_j), \quad j = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Sendo a cadeia de massas infinita, podemos tomar $A_0 = 0$ e $A_{n+1} = A_\infty = 0$, que nos permite estudar os pulsos com movimentos locais, sem interferir nos movimentos das partículas zero e infinita ($q_0 = 0$ e $q_\infty = 0$). Perceba que $A_j = \bar{l} \text{sen}(j\epsilon)$ ¹², então

$$-\bar{l} \text{sen}(j\epsilon) \omega^2 = \omega_0^2 \bar{l} [\text{sen}(j+1)\epsilon + \text{sen}(j-1)\epsilon - 2\text{sen}(j\epsilon)],$$

mas perceba que $\text{sen}(j \pm 1)\epsilon = \text{sen}(j\epsilon) \cos \epsilon \pm \cos(j\epsilon) \text{sen}(j\epsilon)$, logo

$$\begin{aligned} -\text{sen}(j\epsilon) \omega^2 &= \omega_0^2 \left[\text{sen}(j\epsilon) \cos \epsilon + \cos(j\epsilon) \text{sen} \epsilon \right. \\ &\quad \left. + \text{sen}(j\epsilon) \cos \epsilon - \cos(j\epsilon) \text{sen}(j\epsilon) - 2\text{sen}(j\epsilon) \right] \\ &= 2\omega_0^2 (\cos \epsilon - 1) \text{sen}(j\epsilon) \\ \omega^2 &= 2\omega_0^2 (1 - \cos \epsilon) = 4\omega_0^2 \text{sen}^2 \left(\frac{\epsilon}{2} \right) \implies \text{sen} \left(\frac{\epsilon}{2} \right) = \frac{\omega}{2\omega_0}, \end{aligned}$$

com $\text{sen}(j\epsilon) \neq 0$. Como $\epsilon \ll 1$, $A_j \cong \bar{l}(j\epsilon)$ e $\omega l \cong v\epsilon$, assim

$$\text{sen} \left(\frac{\omega l}{2v} \right) = \frac{\omega}{2\omega_0} \implies v = \frac{\omega l}{2 \arcsen \left(\frac{\omega}{2\omega_0} \right)}.$$

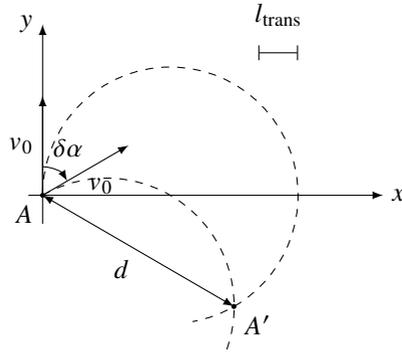
Para $\omega \ll \omega_0$

$$\arcsen \left(\frac{\omega}{2\omega_0} \right) = \frac{\omega}{2\omega_0} + \frac{1}{48} \frac{\omega^3}{\omega_0^3} + \dots \cong \frac{\omega}{2\omega_0}.$$

Finalmente

$$v \cong \frac{\omega l}{2 \cdot \frac{\omega}{2\omega_0}} \implies v \cong \omega_0 l.$$

¹²A flexão ϵ é a mesma para qualquer partícula, por isso, tomamos $\theta_j = j\epsilon$ para a j -ésima partícula.



Os raios das trajetórias da partículas serão iguais a $R = mv_0/(qB)$. A equação da trajetória da partícula 1 será $(x - R)^2 + y^2 = R^2$ e da partícula 2

$$(x \cos \delta\alpha + y \operatorname{sen} \delta\alpha - R)^2 + (-x \operatorname{sen} \delta\alpha + y \cos \delta\alpha)^2 = R^2,$$

ou ainda

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2xR \\ (x \cos \delta\alpha + y \operatorname{sen} \delta\alpha)^2 + (-x \operatorname{sen} \delta\alpha + y \cos \delta\alpha)^2 = 2(x \cos \delta\alpha + y \operatorname{sen} \delta\alpha)R \end{cases}$$

Da equação inferior

$$x^2 + y^2 = 2R \cos \delta\alpha x + 2R \operatorname{sen} \delta\alpha y = 2xR$$

$$y = \left(\frac{1 - \cos \delta\alpha}{\operatorname{sen} \delta\alpha} \right) x$$

$$x^2 + y^2 = \left(\frac{1 - \cos \delta\alpha}{\operatorname{sen} \delta\alpha} \right)^2 x^2 + x^2 = 2xR$$

$$x \left(\frac{1 + \cos^2 \delta\alpha - 2 \cos \delta\alpha + \operatorname{sen}^2 \delta\alpha}{\operatorname{sen}^2 \delta\alpha} \right) = 2R$$

$$x \left(\frac{1 - \cos \delta\alpha}{\operatorname{sen}^2 \delta\alpha} \right) = R \implies x = (1 + \cos \delta\alpha)R \quad (\delta\alpha < 0).$$

Sendo $\delta\alpha$ muito pequeno, podemos usar $\cos \delta\alpha \cong 1$ e $\operatorname{sen} \delta\alpha \cong \delta\alpha$ (uma partícula), disso

$$\begin{aligned} d(A, A') &= \sqrt{(1 + \cos \delta\alpha)^2 R^2 + R^2 \operatorname{sen}^2 \delta\alpha} \\ &= 2R \sqrt{\frac{1 + \cos \delta\alpha}{2}} \cong \boxed{\frac{2mv_0}{qB}}. \end{aligned}$$

logo

$$\begin{aligned} \delta t &= (t_2 - t_1) - (t'_2 - t'_1) \\ &= \frac{2lv^2}{c^3} = \frac{\lambda \Delta N}{c} \implies \Delta N = \frac{2lv^2}{c^2 \lambda}. \text{ (QED)} \end{aligned}$$

(iii) No trajeto 1 ($OM_1 + M_1O$), como mostra a figura II, a velocidade relativa da luz ao interferômetro na *ida* será tal que

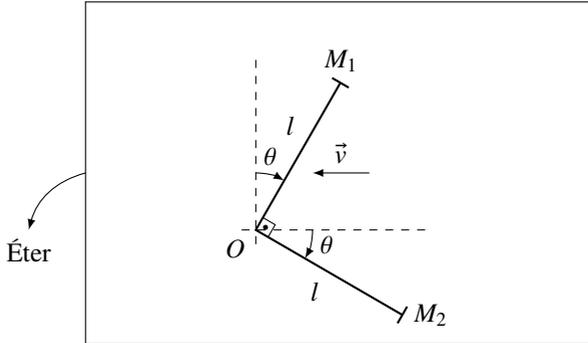
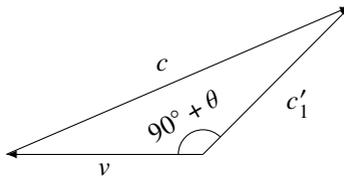


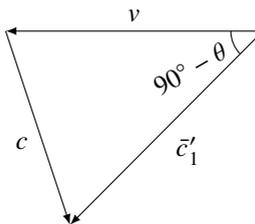
Fig. II



(*Ida* = $O \rightarrow M_1$)

$$c^2 = v^2 + c_1'^2 - 2vc_1' \cos(90^\circ + \theta) = v^2 + c_1'^2 + 2vc_1' \sin \theta$$

e na *volta*,



(*Volta* = $M_1 \rightarrow O$)