

# Capítulo 1

## Introdução à Física

### 1.1 Algarismos Significativos, Desvios e Erros

001 O período de uma oscilação completa de um pêndulo simples é dado por  $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ . O comprimento desse pêndulo foi medido e obteve-se o valor  $l = 10 \pm 0,1$  cm, e para o período,  $T = 0,5 \pm 0,02$  s. Qual será o erro percentual de  $g$ , que é a magnitude da gravidade local?

002 Uma maneira simples de medir a fem  $\epsilon$  de uma bateria de resistência interna  $r$  é conectar um voltímetro diretamente entre seus terminais, como mostra a figura 1-1. Quanto maior a resistência  $R$  (com erro  $\delta R$ ) do voltímetro, mais precisa é a medida. Nessas condições, qual será o erro percentual relativo na medida?

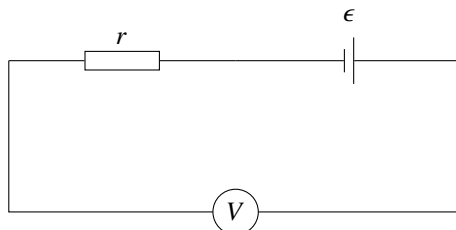


Fig. 1-1

003 Os sistemas físicos naturais apresentam a notável propriedade de serem, ao menos até certo ponto, independentes da escala, isto é, quando se faz a transformação  $q_k \rightarrow q'_k = \alpha q_k$  ( $k \in \mathbb{Z}_+$ ), com  $\alpha$  sendo um fator de escala igual para todas as coordenadas generalizadas  $q_k$ , o hamiltoniano  $H(q_k, \dot{q}_k)$  de um sistema é invariante ( $\dot{q}_k = dq_k/dt$ ). Isto acontece com vários objetos naturais que temos ao nosso redor, inclusive em escalas astronômica e microscópica. Vamos considerar sistemas que obedecem às interações centrais com energia potencial dada por  $E_{\text{pot}}(r) \propto r^\nu$  ( $\nu \in \mathbb{Z}$ ). Se a escala espacial é  $\alpha$  e a do tempo,  $\beta$ , tais que,  $\vec{r} \rightarrow \vec{r}' = \alpha \vec{r}$  e  $t \rightarrow t' = \beta t$ ,

- qual a relação entre  $\alpha$  e  $\beta$  para que o sistema não dependa da escala?
- De (a), como seria no caso gravitacional? Descubra a lei física para isso.
- Um dado objeto de massa  $m$ , que está bem próximo da superfície terrestre, tem peso praticamente constante e dado por  $\sim GmM/R^2$ , onde  $M$  e  $R$  são a massa e o raio da Terra. A constante  $G$  é da gravitação newtoniana. Do mesmo jeito que fizestes em (b), qual relação entre tais escalas e que tipo de sistema está por trás dela?

004 Com o uso correto dos algarismos significativos, calcule as seguintes expressões:

- $0,15 \text{ m} + 2,2 \text{ m} + 3 \text{ m}$ ;
- $2\pi^2 A + \left(2\sqrt{11} - 6\right) B$ , com  $\pi = 3,1416$ ,  $A = 2,998 \times 10^8 \text{ m/s}$  e  $B = 2,90806 \times 10^8 \text{ m/s}$ ;
- $2GM/c^2$ , com  $G = 6,6 \times 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{s}^2\text{kg})$ ,  $M = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$  e  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$  e
- $\sqrt{2gh \left( \frac{1}{\sin \alpha} + \frac{2}{\sin^2 \alpha} + \frac{3}{\sin^3 \alpha} \right)}$ , com  $\alpha = 59,5^\circ$ ,  $h = 3,0 \text{ km}$  e  $g = 2,0 \text{ m/s}^2$ .

005 Um cubo tem aresta medindo 2,342 m. Determine o volume e a área do cubo com as quantidades corretas de algarismos significativos.

foram publicadas. Elas davam uma escala de distância (100 m) na região da detonação e o instante de tempo (0,006 s), contado a partir do momento de detonação, em que a foto foi tirada. Com base nessas fotos, físicos ao redor do mundo descobriram a energia liberada na explosão daquela bomba. Sabendo que a densidade do ar é  $1,2 \text{ kg/m}^3$ , e usando a imagem abaixo da figura 1-4, estime a energia liberada.

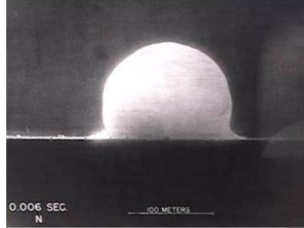


Fig. 1-4

### 1.3 SI, Grandezas Escalares e Vetoriais

- 016 Uma grandeza vetorial  $\vec{G}$  sofre uma rotação anti-horária por um ângulo  $\theta$ , em torno de  $O$ , que é a origem do sistema de coordenadas cartesiano  $Oxy$  (ver figura 1-5).

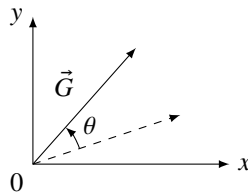


Fig. 1-5

- $\vec{G}$  será o mesmo vetor depois dessa rotação para  $Oxy$ ? Justifique.
- Do item (a), há algum referencial em que  $\vec{G}$  é constante? Se sim, qual será esse referencial?
- Uma quantidade escalar é sempre invariável diante de qualquer transformação (translação ou rotação, por exemplo). Verifique isso para

- 019 Uma formiga experimenta dois trajetos mínimos para sair de  $A$  e chegar a  $B$  (ver figuras 1-7I e 1-7II), dando uma volta completa. Esses caminhos pertencem a duas superfícies:  $S_1$  (cilindro) e  $S_2$  (tronco de cone). Essas superfícies são laterais. O tronco e o cilindro têm a mesma altura  $h$  e o mesmo raio da base  $R$ . A tampa do tronco tem raio  $r < R$ . Determine os comprimentos desses trechos.

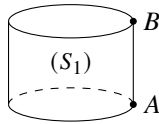


Fig. 1-7I

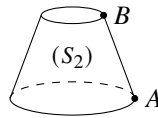


Fig. 1-7II

## 1.4 Funções e Representação Gráfica de Funções

- 020 Um oscilador harmônico formado somente por uma partícula de massa  $m$  tem posição  $x(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$ , com  $\omega$ ,  $A$  e  $B$  sendo constantes determináveis pelas condições iniciais  $x(t_0) = x_0$ ,  $v(t_0) = v_0$  e  $a(t_0) = -a_0$  ( $t = t_0$  é o instante inicial do movimento). Disso, obtenha tais constantes em termos de  $x_0$ ,  $v_0$  e  $a_0$ .
- 021 Uma partícula de massa  $m$  (ver figura 1-8I) está sujeita à força indicada na figura 1-8II a seguir, denominada *onda quadrada*, ou seja, a força tem módulo constante, mas muda de sentido a intervalos de tempo regulares de  $\pi/\omega$ .

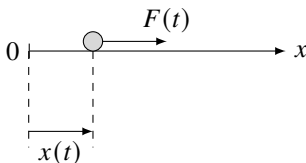


Fig. 1-8I

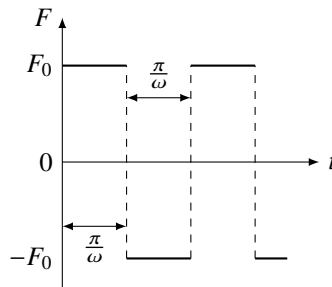


Fig. 1-8II

## Capítulo 2

# Cinemática

### 2.1 Equação Horária de um Movimento e Trajetória

- 026 Uma barra de cera horizontal  $B$  repousa entre uma cunha e uma parede vertical, como mostrado na figura 2-1. A cunha começa a se mover em direção à parede com uma aceleração constante de  $0,5 \text{ mm/s}^2$ . No momento em que a cunha começa a se mover, um fornecimento contínuo de calor da parede começa a derreter  $1 \text{ mm}$  de comprimento da barra de cera por segundo. Se a barra permanecer sempre horizontal, qual das seguintes conclusões você pode tirar?

**Dado:**  $\text{tg } 37^\circ = 0,75$

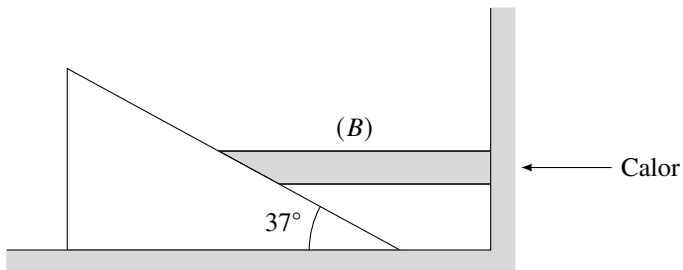


Fig. 2-1

( $u$ ) do meteorito e sua distância da Terra ( $L$ ) no momento em que o sinal foi enviado. Este sinal volta à Terra  $2T$  dias após ter sido enviado. Para estilhaçar o meteorito antes que ele atinja a Terra, um feixe de laser é disparado cerca de  $T$  dias após o sinal do laser atingir a Terra. Nesse caso, a que distância da Terra teríamos atingido o meteorito? Ignore o movimento orbital da Terra e a interação gravitacional. A velocidade da luz é dada como  $c$ .

- 030 Uma partícula move-se com velocidade constante  $v_0$  sobre um trilho circular de raio  $R$  colocado na posição horizontal sobre uma superfície também horizontal (ver figura 2-3). A partícula está presa por um barbante inextensível a um bloco pendurado abaixo de um buraco localizado a uma distância  $R/2$  do centro do trilho. Suponha que  $v_0$  seja pequeno o suficiente para que a corda não fique frouxa.

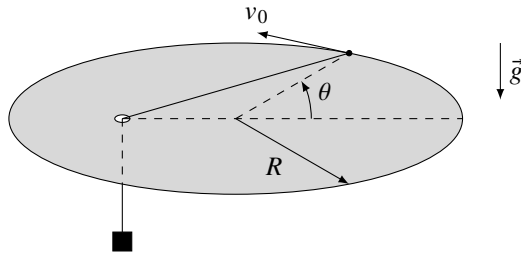


Fig. 2-3

- (a) Determine o módulo da velocidade do bloco  $u$  em função de  $\theta$ .
- (b) Obtenha o módulo máximo de  $u$ .
- (c) Para  $\theta = 0$ , qual será o módulo da aceleração  $a$  do bloco?
- 031 Existem duas hastes  $KL$  e  $LM$  conectadas entre si em um poço retangular e oco. Elas podem girar livremente em torno do ponto de conexão  $L$  (ver figura 2-4). Quando a extremidade  $K$  da barra  $KL$  está a uma altura  $h_1 = 5$  m e a uma distância  $l_1 = 3$  m de  $L$ , a sua velocidade é  $v = 3$  m/s. Ao mesmo tempo, a extremidade  $M$  da barra  $LM$  está a uma altura  $h_2 = 2$  m e a uma distância  $l_2 = 2$  m de  $L$ . Qual é a velocidade da extremidade  $M$ ?

- 044 *Teorema de Uchasara:* Um projétil é atirado de alguma região que não tem resistência do ar mas possui gravidade uniforme (ver figura 2-14). Um trecho  $AB$  de sua trajetória foi destacado com o objetivo de investigar alguma relação entre o desnível entre  $A$  e  $B$ , as velocidades nesses pontos e os ângulos que essas velocidades fazem com a direção horizontal.

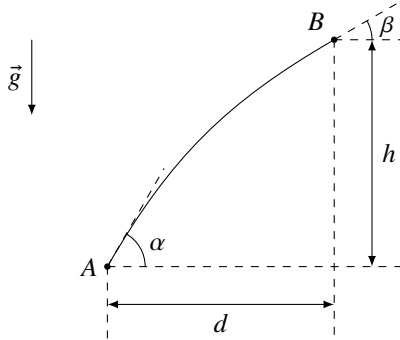


Fig. 2-14

Mostre que a razão  $h/d$  é a metade da soma algébrica de  $\operatorname{tg} \alpha$  e  $\operatorname{tg} \beta$ .

- 045 Um canhão fica bem no topo de uma montanha e qualquer seção vertical tem um perfil de uma parábola  $y = ax^2$  ( $a > 0$ ), como mostra a figura 2-15. Qual será a menor velocidade inicial  $v_0$  de um projétil disparado de um ângulo  $\alpha$  com a horizontal para que ele nunca caia na superfície da montanha? A aceleração local tem magnitude constante e igual a  $g$ .

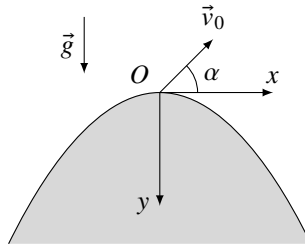


Fig. 2-15

## 2.4 Movimento Circular

- 046 (a) Dois aviões se aproximam entre si com velocidade  $v$  (ver figura 2-16I). Eles podem se ver quando a distância entre eles é  $l$ . Em dado instante, um dos aviões descreve um semicírculo com velocidade  $v$  e continua voando na direção oposta à primeira direção do movimento. Assim que completa o semicírculo, os dois aviões se veem novamente. Qual é a aceleração que pode proporcionar esse movimento?

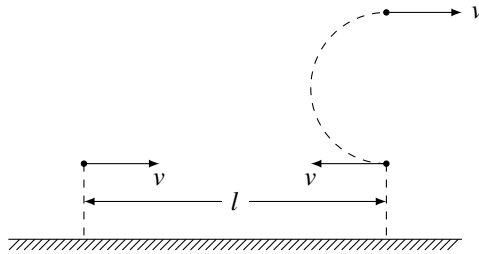


Fig. 2-16I

- (b) Duas barras de comprimentos  $l_1$  e  $l_2$  podem girar livremente em torno de  $O$  (ver figura 2-16II). As extremidades livres delas são puxadas na mesma direção horizontal com velocidades constantes  $v_1$  e  $v_2$ . Quando o ângulo entre essas barras for de  $90^\circ$ , qual será a aceleração de  $O$ ?

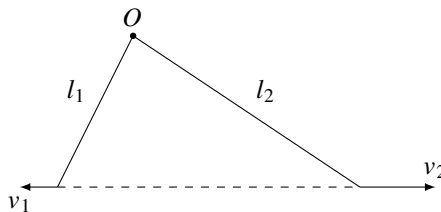


Fig. 2-16II

- 047 Um barco está inicialmente em repouso sobre um lago horizontal e calmo. Em dado momento, ele é puxado, através de uma corda inextensível, por um motor localizado em um morro de altura  $h$  (ver figura 2-17). O motor enrola a corda a uma velocidade constante  $v_0$  e a velocidade do barco é



Calcule o ângulo que a trajetória da formiga faz em relação ao solo para um observador em repouso no solo. Considere que  $v$ ,  $u$  e  $\alpha$  sejam constantes.

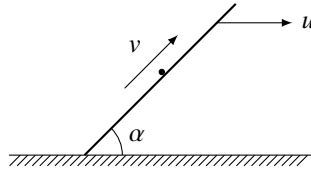


Fig. 2-19

050 Um ponto material move-se no plano  $Oxy$  ( $O$  é a origem desse plano) de acordo com as equações  $x = \alpha t$  e  $y = \alpha t(1 - \beta t)$ , sendo  $\alpha$  e  $\beta$  constantes positivas. Assinale a alternativa que consta o instante em que o ângulo entre os vetores velocidade e aceleração é de  $45^\circ$ .

(A)  $\frac{1}{\alpha}$

(C)  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$

(E)  $\frac{|\alpha - \beta|}{\alpha^2 + \beta^2}$

(B)  $\frac{1}{\beta}$

(D)  $\frac{\alpha + \beta}{\alpha^2 + \beta^2}$

# Capítulo 3

## Estática

### 3.1 Conceito de Força e Equilíbrio de uma Partícula

051 Um fio de teia-de-aranha de comprimento relaxado desprezível está esticado entre duas paredes verticais, em  $A$  e  $B$  (ver figura 3-1). Esse fio faz com a horizontal um ângulo  $\theta$ . Supondo que esse fio obedeça à lei de Hooke, a sua constante elástica é  $k$  e o seu comprimento esticado é  $l$  ( $AB = l$ ). Uma aranha de massa  $m$  sobe sobre o fio gradualmente. Sendo a horizontal o eixo- $x$ , a vertical, eixo- $y$ , e  $A$ , a origem do sistema de coordenadas cartesiano  $Axy$ , determine a equação do caminho seguido pela aranha.

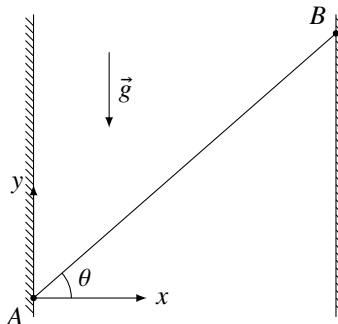


Fig. 3-1

Qual(is) das afirmativas abaixo está(ão) correta(s)?

- I. A componente horizontal da força de tensão nessa corda é uniforme.
- II. A componente vertical da força de tensão aumenta com a altura.
- III. O ângulo  $\alpha$  é maior do que o  $\beta$ .
- IV. O ângulo  $\alpha$  não pode ser igual a zero.

054 Uma corda uniforme de comprimento  $l = 12$  m está suspensa entre dois pregos  $A$  e  $B$  fixos, que estão no mesmo nível (ver figura 3-4). Se em  $A$  e  $B$  a corda faz ângulos iguais a  $\theta$  com a horizontal, determine  $h$  (profundidade máxima da corda) e o raio de curvatura  $r$  da corda nesse ponto.

**Dado:**  $\sin \theta = 0,6$

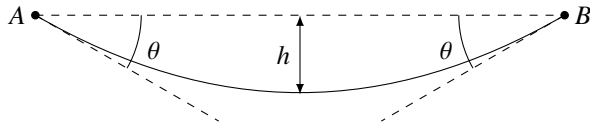


Fig. 3-4

- (A)  $h = 2$  m;  $r = 8$  m
  - (B)  $h = 1$  m;  $r = 8$  m
  - (C)  $h = 5$  m;  $r = 2,5$  m
  - (D)  $h = 2,5$  m;  $r = 2,5$  m
  - (E)  $h = 5$  m;  $r = 10$  m
- 055 Um pequeno anel de massa  $m$  pode deslizar livremente num arame que está num plano vertical  $Oxy$  e preso a uma mola ideal, onde uma de suas extremidades é fixa a um ponto  $P(0, -1$  m). Qual é a equação cartesiana da forma do arame para que o anel esteja sempre em equilíbrio? Despreze qualquer tipo de atrito. Na figura 3-5, a mola não está deformada. Use  $k = mg$ , numericamente, no SI.

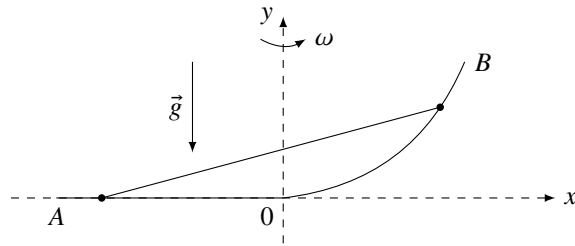


Fig. 3-7

- (A)  $y = 2x(x - \sqrt{l^2 - y^2})$       (D)  $y^2 - yl = 2x(x + \sqrt{l^2 - y^2})$   
 (B)  $y = 2x(x + \sqrt{l^2 - y^2})$       (E)  $y^2 + yl = 2x(x + \sqrt{l^2 - y^2})$   
 (C)  $y^2 - 2yl = 2x(x - \sqrt{l^2 - y^2})$

- 058 A energia potencial de uma partícula é dada por  $E_{\text{pot}}(x) = 2x^3 - x$ , onde  $x$  é dado em metros e  $E_{\text{pot}}$ , em joules. Determine os valores de  $x$  para que haja equilíbrio da partícula. Para esses pontos, diga os tipos de equilíbrio dessa partícula.
- 059 Uma superfície não-plana está inclinada por um ângulo  $\alpha$  em relação à direção horizontal, conforme mostra a figura 3-8 abaixo:

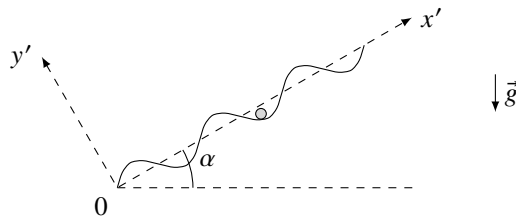


Fig. 3-8

A equação dessa superfície para  $0x'y'$  é  $y'(x') = h \cos(x'/\lambda)$ , com  $2\pi\lambda$  sendo a distância entre duas cristas ou dois vales consecutivos. Uma partícula está inicialmente em repouso na posição indicada pela figura. A gravidade local é  $\vec{g}$ . Determine o ângulo  $\alpha = \alpha_0$  para que ela desça indefinidamente sobre o plano inclinado.

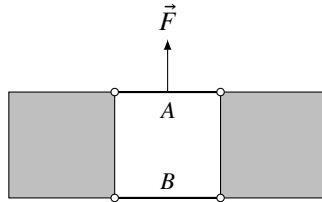


Fig. 3-10

- 062 Uma barra de massa  $M = 10$  kg é articulada em seu centro geométrico sobre um pedestal de altura  $h = 50$  cm e massa  $m = 250$  g. As extremidades da barra estão conectadas ao teto com o auxílio de duas molas de mesmo comprimento natural  $l_0 = 40$  cm e constantes elásticas  $k_1 = 25$  N/m e  $k_2 = 15$  N/m. No equilíbrio, a barra está inclinada por um ângulo desconhecido com a horizontal e as molas estão na vertical, como mostra a figura 3-11. Se a altura do teto é  $H = 1,5$  m, determine a força normal de reação feita pelo chão sobre o pedestal.

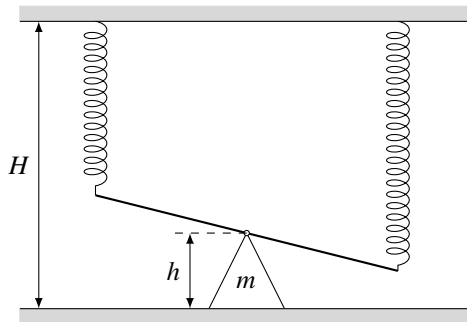


Fig. 3-11

- (A) 40 N      (B) 80 N      (C) 160 N      (D) 300 N      (E) 320 N

- 063 Um pequeno bloco é abandonado do topo de uma cunha que está sobre um solo plano e horizontal (ver figura 3-12). A massa da cunha é  $M$  e o ângulo feito pela face inclinada com a superfície do solo é  $\theta$ . O atrito entre a cunha e o bloco é suficiente para evitar deslizamento e o coeficiente de atrito entre

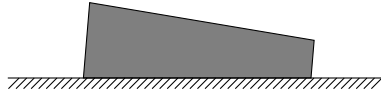


Fig. 3-15

- 067 Qual é o ângulo máximo que uma haste homogênea (ver figura 3-16), cujo comprimento é igual ao raio do hemisfério, pode fazer com a horizontal para poder permanecer dentro do hemisfério sem deslizar? O coeficiente de atrito entre a haste e o hemisfério é  $\mu$ .

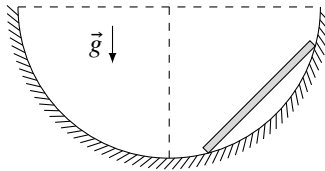


Fig. 3-16

- 068 A figura 3-17 mostra um cubo homogêneo que está em equilíbrio entre um plano horizontal e uma parede vertical. O coeficiente de atrito entre todas as superfícies e o cubo é  $\mu$ . Qual é a tangente do ângulo mínimo  $\theta_0$  que o cubo pode formar com a horizontal?

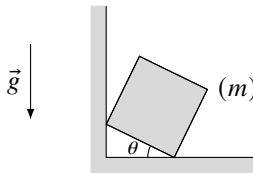


Fig. 3-17

- 069 Duas hastes idênticas e homogêneas têm comprimentos iguais a  $l$  e massas,  $m$ . Uma delas tem uma de suas extremidades, que toca o solo, a uma distância  $l$  da parede (ver figura 3-18). A outra haste é colocada paralelamente ao solo, tocando a primeira e a parede. A haste que está em contato com o solo forma um ângulo  $0 < \theta < 90^\circ$  com o solo. Considere o solo e a parede perpendiculares entre si. O coeficiente de atrito de uma das hastes

- 073 Determine as forças nos segmentos  $CG$  e  $GH$ . Cada segmento horizontal tem comprimento de 3 m e vertical, 4 m (ver figura 3-22).

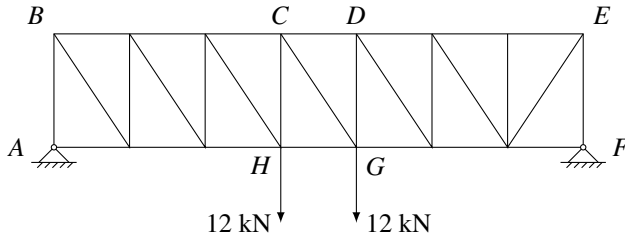


Fig. 3-22

- (A) 0; 27 kN (tração)  
 (B) 0; 54 kN (tração)  
 (C) 27 kN (tração); 54 kN (compressão)  
 (D) 54 kN (tração); 27 kN (compressão)  
 (E) 13,5 kN (tração); 27 kN (compressão)
- 074 Determine as forças em  $BI$ ,  $CI$  e  $HI$  na treliça da figura 3-23 abaixo. Os ângulos internos possíveis são  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$ .

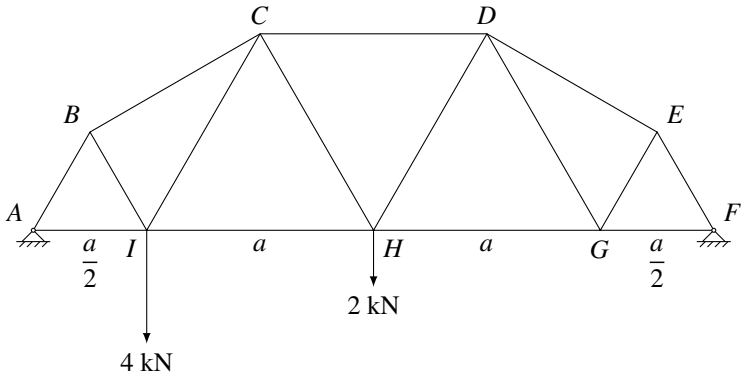


Fig. 3-23

- 075 A figura 3-24 mostra uma treliça retangular tridimensional que tem uma altura de 16 m e foi construída sobre uma base horizontal quadrada de 12 m

# Capítulo 4

## Dinâmica

### 4.1 Dinâmica do Movimento Retilíneo

076 Uma catapulta é uma plataforma com um empurrador que pode aplicar uma força  $F \gg mg$  a uma carga de massa  $m$  em qualquer ângulo  $\alpha$  em relação à horizontal (ver figura 4-1). A massa da catapulta em si é muito menor do que  $m$  e o coeficiente de atrito entre a plataforma e o solo é  $\mu$ . Qual é a aceleração horizontal máxima que tal catapulta pode transmitir à carga?

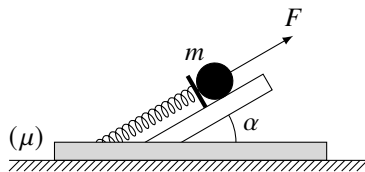


Fig. 4-1

077 Uma corda leve e inextensível é lançada através de uma polia áspera que gira a uma velocidade angular constante, em cujas extremidades estão suspensos dois pesos. No momento inicial, as velocidades das cargas são zero e a aceleração da primeira carga é direcionada para cima e igual a  $a_1$ . Se você mudar o sentido de rotação da polia, então, com velocidade inicial zero, a



segunda carga se moverá para cima com aceleração  $a_2$ . Encontre a razão das massas das cargas. A gravidade local é constante e igual a  $\vec{g}$ .

078 Existem dois pequenos discos idênticos numa superfície horizontal lisa. No momento inicial, o primeiro disco ganha uma certa velocidade ao longo da linha que conecta os centros dos discos. Durante um tempo  $\tau$ , o primeiro disco percorre uma distância  $s_1$  e o segundo,  $s_2 \neq 0$ . Determine a velocidade inicial do primeiro disco e a distância inicial  $d$  entre os discos. Não existe atrito entre os discos e a superfície. O impacto entre os discos não é necessariamente elástico absolutamente.

- (A)  $\frac{s_1 + s_2}{\tau}$ ;  $\text{máx}\{s_1 - s_2, 0\} \leq d \leq s_1$
- (B)  $\frac{|s_1 - s_2|}{\tau}$ ;  $\text{máx}\{s_1 - s_2, 0\} \leq d \leq s_1$
- (C)  $\frac{s_1 + s_2}{\tau}$ ;  $\text{mín}\{s_1 - s_2, 0\} \leq d \leq s_1$
- (D)  $\frac{|s_1 - s_2|}{\tau}$ ;  $\text{mín}\{s_1 - s_2, 0\} \leq d \leq s_1$
- (E)  $\frac{s_1}{\tau}$ ;  $d \geq s_1$

079 Frequentemente, os modelos mais simples permitem descrever sistemas mecânicos complexos de maneira bastante eficaz. Por exemplo, ao saltar, uma pessoa se agacha, se inclina ligeiramente, depois empurra com as pernas, endireita o corpo e, de fato, ... salta! Vamos tentar descrever este processo usando um modelo de “halteres” de uma pessoa com uma conexão não-rígida.

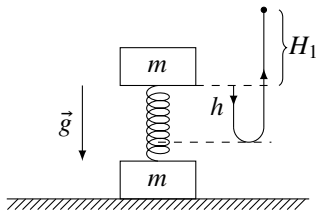


Fig. 4-2I

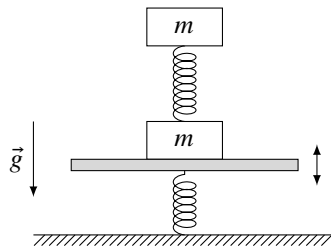


Fig. 4-2II

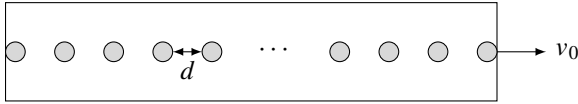


Fig. 4-3

$$\begin{aligned} \text{(A)} \quad n &= \left\lfloor \frac{v_0^2}{2\mu g d} \right\rfloor - 2 & \text{(C)} \quad n &= \left\lfloor \frac{v_0^2}{2\mu g d} \right\rfloor + 1 & \text{(E)} \quad n &= \left\lfloor \frac{v_0^2}{\mu g d} \right\rfloor + 1 \\ \text{(B)} \quad n &= \left\lfloor \frac{v_0^2}{4\mu g d} \right\rfloor + 2 & \text{(D)} \quad n &= \left\lfloor \frac{v_0^2}{4\mu g d} \right\rfloor + 1 \end{aligned}$$

- 081 Uma pequena bolha de ar está no meio de um longo tubo cilíndrico cheio de glicerina. Se o tubo for mantido em repouso verticalmente, a bolha se move para cima com uma velocidade constante  $v_0$  e se o tubo for mantido horizontalmente, a bolha se move para cima e para de tocar o topo da superfície curva interna como mostrado na figura 4-4. Quando o tubo horizontal recebe uma velocidade constante  $\bar{v}$  ao longo de seu eixo, de quanto a bolha se deslocará em relação ao tubo?

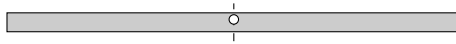


Fig. 4-4

- 082 No arranjo mostrado na figura 4-5, um cilindro de massa  $m$  é colocado na ranhura formada por dois prismas idênticos de massa  $M$ . O coeficiente de atrito para todas as superfícies de contato é  $\mu$ . Encontre a magnitude da aceleração inicial do cilindro, logo após o abandono do sistema a partir do repouso.

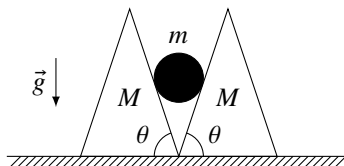


Fig. 4-5

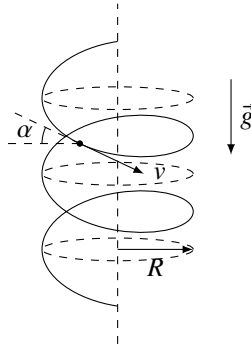


Fig. 4-9

(A)  $\mu = \frac{gR \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{g^2 R^2 + v^4 \operatorname{sen}^2 \alpha}}$

(D)  $\mu = \frac{gR}{\sqrt{g^2 R^2 + v^4 \operatorname{cotg}^2 \alpha}}$

(B)  $\mu = \frac{gR \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{g^2 R^2 + v^4 \operatorname{cos}^2 \alpha}}$

(E)  $\mu = \frac{gR \operatorname{cotg} \alpha}{\sqrt{g^2 R^2 - v^4 \operatorname{tg}^2 \alpha}}$

(C)  $\mu = \frac{gR}{\sqrt{g^2 R^2 + v^4 \operatorname{tg}^2 \alpha}}$

087 Um jogador de hóquei lança o disco em formato quadrado (para evitar que ele gire). O disco desliza ao longo do gelo ao longo da lateral do rinque de hóquei (ver figura 4-10). A plataforma é um retângulo com cantos arredondados. Esses arredondamentos são arcos de círculos de raios iguais. Ao se mover a estibordo, a velocidade do disco é  $\vec{v}_0$ . Passada a primeira volta, a velocidade do disco diminuiu para o valor  $\vec{v}_1$ . Encontre a velocidade do disco  $\vec{v}_2$  depois de passar pela segunda volta. O atrito do disco no gelo pode ser desprezado. O coeficiente de atrito entre o disco e a lateral é constante e igual a  $\mu$ .

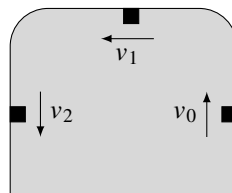


Fig. 4-10

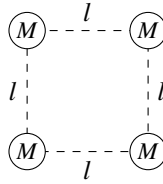


Fig. 4-12

- 090 Uma massa  $m$  está presa a um arco, conforme a figura 4-13 abaixo, e pode se movimentar livremente sobre este sem que haja nenhum tipo de atrito. A gravidade atua na massa na direção vertical e contrária ao vetor  $\vec{\omega}$ .

**Dado:** a gravidade local é  $\vec{g}$  e o raio do arco é  $r$

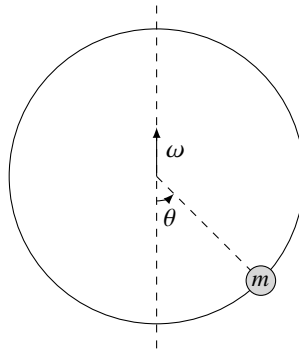


Fig. 4-13

- (a) Quando o arco gira com velocidade angular  $\omega$  constante, qual é a posição de equilíbrio  $\theta = \theta_0$ ?
- (b) Se a velocidade angular varia a uma taxa constante  $\gamma$ , como será a variação de  $\theta$ ?
- 091 Três pontos não colineares  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ , com massas  $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$ , interagem entre si mediante somente à interação gravitacional; eles estão livres e isolados no espaço não interagindo com qualquer outro corpo. Considere  $\sigma$  como sendo o eixo que passa pelo centro de massa dos três corpos e é perpendicular ao triângulo formado por  $P_1P_2P_3$ . Qual deve ser a velocidade

angular  $\omega$  do sistema (em relação ao eixo  $\sigma$ ) e as distâncias  $P_1P_2 = a_{12}$ ,  $P_2P_3 = a_{23}$  e  $P_1P_3 = a_{13}$ , para que a forma e o tamanho do triângulo  $P_1P_2P_3$  permaneça inalterada durante o movimento, ou seja, o sistema se comporta como um corpo rígido em relação ao eixo  $\sigma$ . É necessário demonstrar a sua proposta.

092 Em jogos de golfe, quando se quer colocar uma bola dentro do buraco após uma tacada, com uma dada velocidade, misteriosamente, ela sai sem colidir com o fundo. Como explicar isso? Você por intuição já teria concluído que o movimento a ser seguido pela bola ou seria helicoidal com passo crescente ou assintoticamente horizontal. Isso é o famoso *paradoxo dos golfistas*, onde a bolinha de golfe realiza dois movimentos independentes: (i) movimento oscilatório na direção vertical (eixo- $z$ ) e (ii) movimento circular uniforme em torno do eixo do buraco, se este for um cilindro reto. A bola tem um momento de inércia  $I$  dado por  $I = 2/3 \int r^2 dm$ , onde o fator  $2/3$  vem do fato de que  $I$  é calculado do centro da bola a um ponto do eixo do cilindro ( $\vec{r}$  é a posição do centro da bola a esse ponto e  $dm$  é um elemento de massa dela). A bola movimentada-se no interior do buraco sem escorregar e sempre em contato com ele. O atrito entre a bola e a superfície do buraco é desprezível. Considere ainda que a massa da bola não muda e seja igual a  $m$ . A figura 4-14I mostra uma idealização do buraco de raio  $r_c$ , que gira com velocidade angular  $\vec{\Omega}$  em torno do seu eixo, e uma bola se movimentando dentro dele com velocidade angular  $\vec{\omega}$  e raio  $r_b \ll r_c$ . A velocidade linear do centro da bola  $O'$  é vertical. A posição de  $O'$  a  $O$  é  $\vec{r}_0$ , que difere de  $\vec{r}$ , mesmo considerando um ponto material com rotações:

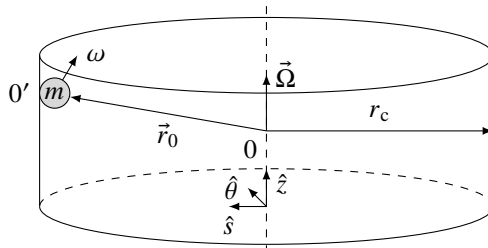


Fig. 4-14I

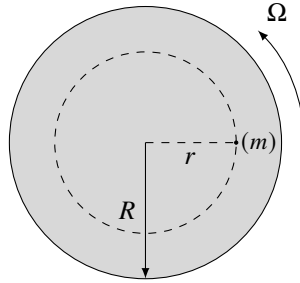


Fig. 4-15

- (A)  $\frac{r}{R} \Omega$  (anti-horário)
- (B)  $\frac{r}{R} \Omega$  (horário)
- (C)  $\frac{r}{R-r} \Omega$  (anti-horário)
- (D)  $\frac{r}{R-r} \Omega$  (horário)
- (E)  $\Omega$  (horário)

## 4.4 Impulso e Momento Linear

094 Dentro de uma caixa cilíndrica de raio  $R$ , apoiada sobre uma mesa horizontal, existe uma pequena arruela, cuja massa coincide com a massa da caixa e a distância do centro da caixa à arruela é metade do raio da caixa. Em algum momento, a caixa recebe uma velocidade direcionada para a direita e o disco recebeu a mesma velocidade, em magnitude, direcionada para a esquerda (ver figura 4-16). Qual será a trajetória do centro da caixa ao longo da mesa? Os impactos são absolutamente elásticos e não há atrito.

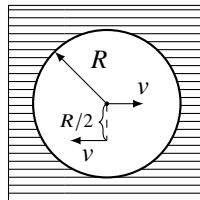


Fig. 4-16

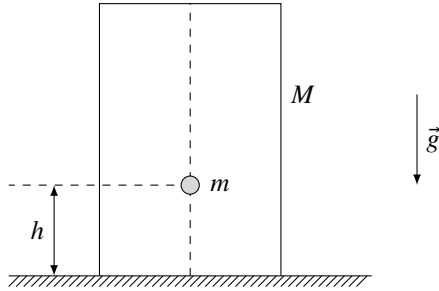


Fig. 4-18

- 097 Um foguete de massa  $m$ , voando no espaço sideral com os motores desligados a uma velocidade  $v_0$ , cai em uma nuvem de poeira com densidade média  $\rho$ , tendo uma extensão  $l$  na direção do movimento do foguete (ver figura 4-19). As partículas de poeira ficam imóveis e aderem ao foguete ao colidir com ele. Área da seção transversal do foguete é  $A$ . Quanto tempo levará para o foguete voar através da nuvem?

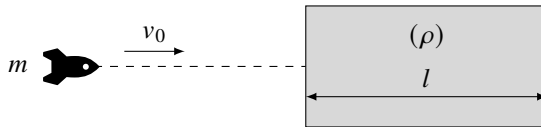


Fig. 4-19

- (A)  $\frac{2l}{v_0} \left(1 - \frac{\rho Al}{m}\right)$       (C)  $\frac{2l}{v_0} \left(1 + \frac{\rho Al}{2m}\right)$       (E)  $\frac{l}{v_0} \left(1 + \frac{\rho Al}{2m}\right)$   
 (B)  $\frac{2l}{v_0} \left(1 + \frac{\rho Al}{m}\right)$       (D)  $\frac{l}{v_0} \left(1 + \frac{\rho Al}{m}\right)$

- 098 Uma partícula, após ser lançada sob um ângulo  $\theta$  com a horizontal do centro da base de raio  $r$  de uma sala cilíndrica, colide três vezes com as paredes e o teto até retornar à posição original num tempo  $T$  (ver figura 4-20). Assinale a alternativa que consta o módulo da velocidade  $\vec{v}_0$  de lançamento dela.

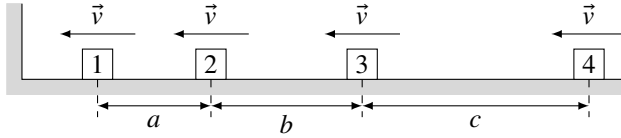


Fig. 4-22

- 101 Dois blocos  $A$  e  $B$  de massas  $m_A$  e  $m_B$  estão sobre um solo horizontal sem atrito, conectados por uma corda leve e quase inextensível (ver figura 4-23). O bloco  $A$  adquire em dado momento uma velocidade  $\vec{u}$ , conforme mostra a figura. Se o coeficiente de restituição da corda é  $e$ , determine o módulo da velocidade do bloco  $B$ .



Fig. 4-23

- (A)  $\frac{m_A(1+e)u}{m_A+m_B}$       (C)  $\frac{m_B(1+e)u}{m_A+m_B}$       (E)  $\frac{m_A u}{m_A+m_B}$   
 (B)  $\frac{m_A(1-e)u}{m_A+m_B}$       (D)  $\frac{m_B(1-e)u}{m_A+m_B}$

## 4.5 Centro de Massa

- 102 Duas cunhas com massas  $m_1$  e  $m_2$ , com ângulos nas bases  $\alpha$  e  $\beta$ , estão sobre uma superfície horizontal lisa. Um cilindro liso de massa  $m$  é abaixado sobre as cunhas sem velocidade inicial, de modo que toca as cunhas com suas geratrizes. Encontre a razão entre as velocidades das cunhas depois que o cilindro toca a superfície horizontal.
- 103 Uma haste fina, uniforme e homogênea, que forma uma estrutura na forma de  $\perp$ , está suspensa pelo ponto  $A$  por uma corda (ver figura 4-24). Se uma aranha, que tem a mesma massa da estrutura, parte do ponto  $A$  e se move lentamente sobre ela, percorrendo todo o seu comprimento até chegar ao ponto  $D$ , determine o valor mínimo que o ângulo  $\theta$  assume nesse processo. Considere  $AB = BC = CD$ .



## 4.6 Trabalho, Energia, Forças Conservativas e Dissipativas

- 106 Um cilindro maciço de comprimento  $l$  está no fundo de um grande reservatório d'água de profundidade  $d$ , sendo que seu eixo é vertical (ver figura 4-27I). A densidade do material que constitui o cilindro é igual a da água. Puxa-se o cilindro verticalmente e lentamente por meio de uma agente externo (ver figura 4-27II). Quanto trabalho é gasto para realizar essa operação? A gravidade local é  $\vec{g}$ .

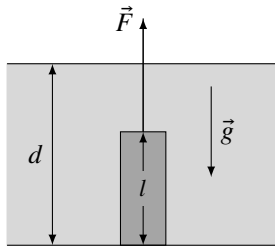


Fig. 4-27I

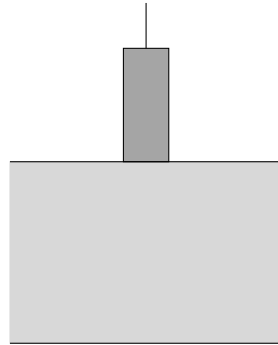


Fig. 4-27II

- (A)  $0,5mgl$                       (C)  $mgd$                       (E)  $mg(l+d)$   
 (B)  $mgl$                       (D)  $mg(0,5l+d)$
- 107 Uma bola de massa  $m$  está suspensa do teto por uma corda elástica. Uma força adicional é aplicada verticalmente e para baixo sobre a bola. Se esse incremento é gradual até um valor  $F_0$ , a corda é rompida. Qual deverá ser o menor módulo da força constante incrementada à bola  $F$  para que esse elástico seja rompido? A gravidade local é  $\vec{g}$ .

- (A)  $F = F_0/2$                       (C)  $F = (F_0 - mg)/2$                       (E)  $F = F_0 + mg$   
 (B)  $F = F_0/2 + mg$                       (D)  $F = (F_0 + mg)/2$

- 108 Dois hemisférios uniformes  $A$  e  $B$  são concêntricamente fixados um ao outro para formar um corpo cuja geometria é mostrada na figura 4-28. Esse corpo está sobre uma superfície horizontal. As massas desses hemisférios são  $m_A$  e  $m_B$  e seus raios,  $r_A$  e  $r_B$ , respectivamente. Determine as condições de equilíbrio estável, instável e indiferente desse objeto na situação mostrada.

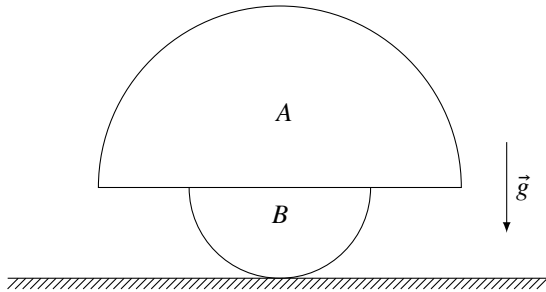


Fig. 4-28

- 109 Um pequeno bloco quando abandonado numa superfície inclinada, primeiro, desliza para baixo e então pára, depois, começa a deslizar de novo numa altura  $h$ . Esse comportamento estranho é por causa do coeficiente de atrito que é aqui proporcional à distância percorrida pelo bloco ao longo desse plano. Determine a velocidade máxima alcançada pelo bloco durante esse movimento. A aceleração da gravidade local é  $\vec{g}$ .
- 110 Um pistão de massa  $M$  com uma bola de massa  $m$  repousa dentro de um tubo fixo, longo e vertical (ver figura 4-29) devido às forças de atrito agindo entre a periferia do pistão e a superfície interna do tubo. A bola é erguida e solta de uma altura  $h$  (desde o pistão). Todas as colisões da bola com o pistão são perfeitamente elásticas. A força de atrito líquida no pistão tem um valor constante  $F$  que é muito maior que o peso total da bola e do pistão. Até onde o pistão se moverá? Despreze a resistência do ar e a gravidade local tem magnitude  $g$ .

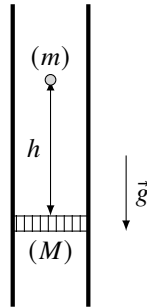


Fig. 4-29

- 111 Um disco  $D$  está sobre uma larga superfície horizontal e é conectado, por meio de uma corda leve e inextensível de comprimento  $l$ , a um cilindro vertical de raio  $r$  fixo como mostra a figura 4-30. O coeficiente de atrito entre o disco e o chão é  $\mu$ . O disco recebe um impulso horizontal, tal que, sua velocidade  $\vec{u}$  seja perpendicular à corda. Quanto tempo o disco deslizará no chão antes de atingir o cilindro?

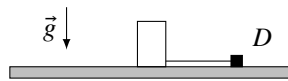


Fig. 4-30

- 112 Um sistema de blocos  $A$  e  $B$  de massas  $m_1$  e  $m_2$ , respectivamente, estão conectados por molas de constantes elásticas  $k_1$  e  $k_2$ , sendo que a inferior está presa ao solo (ver figura 4-31). Esse sistema está inicialmente em equilíbrio estático. Ambas as molas são verticais. Determine o incremento de energia potencial gravitacional do sistema ao levantar o bloco  $A$  para cima até que a mola inferior fique relaxada.

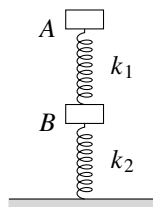


Fig. 4-31

## Capítulo 5

# Gravitação

- 131 Uma nave espacial tripulada por marcianos chega à vizinhança da Terra seguindo uma órbita hiperbólica cuja assíntota dista  $b$  do centro da Terra (ver figura 5-1). Quando a nave se encontrava a uma distância muito grande da Terra, sua velocidade era  $\vec{v}_0$ .

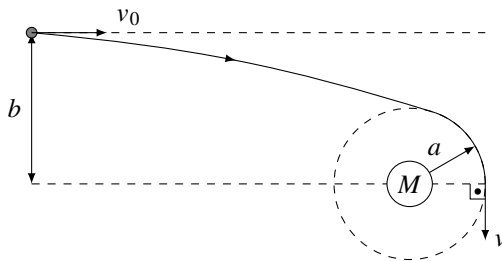


Fig. 5-1

- Qual é a relação entre  $v_0$ ,  $b$  e a distância de perigeu  $a$ ?
- Põe-se que  $v^2 = GM/a$ , em que  $M$  é a massa da Terra. Qual é o sentido físico de  $v$ ? Calcular  $v_0$  em função de  $v$  para que  $a = 3b/5$  (nos itens seguintes, suponha essa condição satisfeita).
- Qual é a velocidade da nave  $v_1$  no perigeu?
- Expressar  $v$  em função de  $g$  (gravidade na superfície terrestre) e do parâmetro  $\lambda = a/R$ .

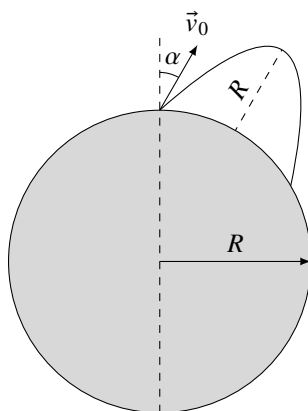


Fig. 5-3

- 135 Uma esfera de densidade uniforme de massa  $\rho$  e raio  $R$  possui uma cavidade esférica de raio  $R/3$  como mostra a figura 5-4. Uma partícula é abandonada do ponto  $P$ , que é colinear com  $O$  (centro da cavidade) e  $C$  (centro da esfera). Assinale a alternativa que contenha o valor da velocidade desse ponto material após colidir  $n$  vezes com a cavidade. O coeficiente de restituição é  $e$  e a constante da gravitação newtoniana é  $G$ .

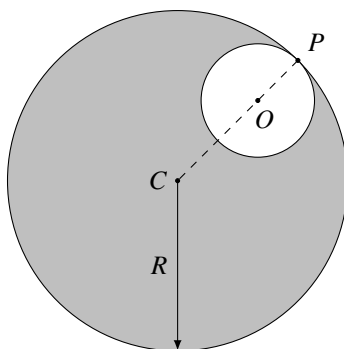


Fig. 5-4

- (A)  $e^n \sqrt{16G\pi\rho R^2/27}$     (C)  $e^{2n} \sqrt{32G\pi\rho R^2/27}$     (E)  $e^n \sqrt{4G\pi\rho R^2/3}$   
 (B)  $e^n \sqrt{32G\pi\rho R^2/9}$     (D)  $e^n \sqrt{32G\pi\rho R^2/27}$

- 136 A lei da Gravitação de Newton pode explicar o aparecimento das tais “cintas” oceânicas por causa da atração exercida pela Lua sobre os oceanos. Essas saliências são diametralmente opostas (ver figura 5-5), que é um paradoxo, já que as forças sentidas pelas protuberâncias são atrativas. A mais afastada do satélite ( $A$ ) é a que causa polêmica para os físicos. Considere que as massas da Terra e da Lua sejam iguais a  $M$  e  $m$ , respectivamente. O raio terrestre é  $R$  e a distância Terra-Lua (centro a centro) é  $d$ . A Lua será tratada como um ponto material e a Terra, como uma esfera maciça (sem cavidades). O sistema Terra-Lua não sente atração de nenhum outro corpo celeste, a não ser dos componentes que constituem esse sistema binário.

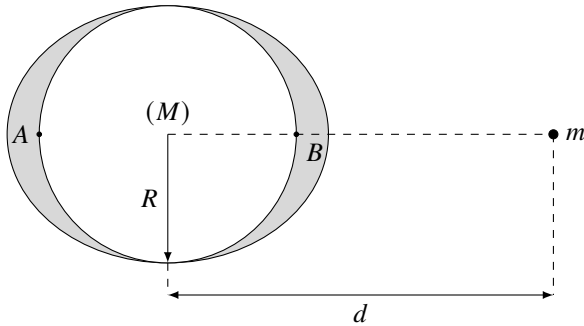


Fig. 5-5

Calcularemos os pesos  $P_A$  e  $P_B$  das porções das marés atraídas pela Lua. Considere que toda a massa da cinta esteja concentrada num ponto mais afastado do eixo de rotação da Terra. Na figura acima, os pontos  $A$  e  $B$  têm a mesma massa ( $m_0$ ), já que a geometria apresentada pelas cintas são iguais e a densidade da água salina das marés pode ser considerada uniforme. Determine, então, aqueles pesos, em termos de  $m_0$ ,  $m$ ,  $M$ ,  $R$  e  $d$ . Use a aproximação linear do binômio  $(1 + x)^n \cong 1 + nx$ , sendo  $x \ll 1$ .

- 137 Antes de sofrer a 1ª propulsão, em  $P$  (perigeu), o satélite tem velocidade  $\vec{v}_0$ . Em  $A$ , ocorre a 2ª propulsão, onde o satélite alcança uma nova velocidade dada por  $v$ , como mostra a figura 5-6. Mostre que essa velocidade será dada por  $v = v_0 \sqrt{(R + h)/r}$ .

gravitacional em  $A$ , a uma distância  $R > \rho$  de  $m$ , pode ser expresso, em termos da distância  $OA = r$  e do ângulo  $\theta$  pela série

$$V = -\frac{Gm}{r} \left[ 1 + \frac{\rho \cos \theta}{r} + \frac{\rho^2(3 \cos^2 \theta - 1)}{2r^2} + \dots \right].$$

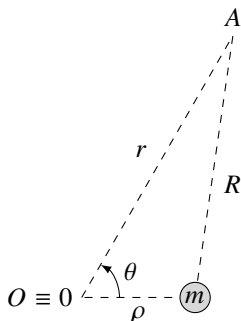


Fig. 5-9

- 142 Considere um aglomerado de massas  $m_1, m_2, m_3, \dots$  (ver figura 5-10). Mostre que o potencial gravitacional num ponto  $A$ , a uma distância grande comparada às dimensões do aglomerado, pode ser expresso por

$$V = -G \left( \frac{M}{r} + \frac{P}{r^2} + \frac{Q}{r^3} + \dots \right),$$

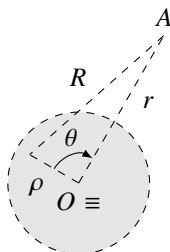


Fig. 5-10

onde  $M = \sum_i m_i$  é a massa total,  $P = \sum_i m_i \rho_i \cos \theta_i$  é o *momento de dipolo* da distribuição de massa relativamente a  $OA$ ,  $Q = \sum_i m_i \rho_i^2 (3 \cos^2 \theta_i - 1)/2$  é o *momento de quadrupolo* da distribuição de massa e assim sucessivamente.

- (A)  $v \cong v_0 + 2u$       (C)  $v \cong -v_0 + u$       (E)  $v \cong v_0 - 2u$   
 (B)  $v \cong -v_0 + 2u$       (D)  $v \cong -2v_0 + u$

- 145 A figura 5-12 mostra um anel homogêneo e uniforme de massa  $M$  que tem raio  $R$ . Um ponto material de massa  $m$  está, inicialmente, em seu centro. Em dado momento, desloca-se  $m$  até uma distância  $r = r_0 \ll R$  do centro do anel ( $r = 0$ ). Uma outra massa idêntica a essa é colocada a uma distância  $r = r_1$  do centro do anel, de tal forma que elas e o centro sejam colineares. Para equilibrá-la, qual será o valor de  $r_1$ ?

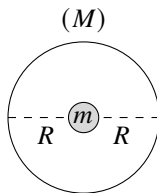


Fig. 5-12

- 146 Suponha que na fase inicial de formação do planeta Saturno este tenha adquirido uma pequena lua composta basicamente por gelo, e que orbita ao seu redor numa órbita circular de raio  $R_1$  e com um período orbital  $T_1$ . Nesta fase, a massa do planeta Saturno era de apenas metade da sua massa atual. O planeta continuou a crescer, agregando material proveniente de meteoritos, enquanto que o satélite permaneceu com a mesma massa.
- (a) Qual a propriedade da órbita da lua de gelo que permaneceu a mesma com o aumento de massa de Saturno? Justifique.
- (b) Determine o valor atual do raio orbital  $R_2$  e do período  $T_2$  em termos dos valores primordiais  $R_1$  e  $T_1$ .
- 147 As três leis de Kepler nos dizem: 1ª lei – Cada planeta revolve em torno do Sol em uma órbita elíptica, com o Sol ocupando um dos focos da elipse; 2ª lei – A linha reta que une o Sol ao planeta varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais; 3ª lei – Os quadrados dos períodos orbitais dos planetas



# Capítulo 6

## MHS

### 6.1 Movimento Periódico

156 Um bloco é coberto por uma caixa idêntica de comprimento  $L$ , em massa, de tal forma que uma das paredes toque-o, como mostra a figura abaixo. Considere três situações possíveis de movimento: (i) o bloco é atirado com velocidade  $\vec{v}_0$  contra a outra parede, paralelamente ao solo (ver figura 6-II). A caixa é mantida em repouso; (ii) o bloco e a caixa são impulsionados na mesma direção, adquirindo velocidades  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$  ( $v_1 > v_2$ ) (ver figura 6-III) e (iii) o bloco e a caixa são impulsionados em direções opostas, adquirindo velocidades  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$  (ver figura 6-III).

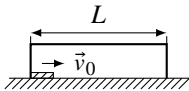


Fig. 6-II

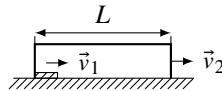


Fig. 6-III

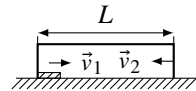


Fig. 6-III

- Em cada caso, determine o período do movimento.
- Se as massas do bloco e da caixa fossem diferentes, qual outra relação entre as massas ainda teríamos os mesmos períodos calculados em (a)? Explique isso qualitativamente, sem fazer cálculo algum.

(b) Se  $r \ll R$ , é possível aproximar a trajetória da partícula, num ciclo, por um círculo de raio  $R$ . Nesse caso, qual seria o valor de  $n$ ? O que você pode dizer sobre  $n$ ?

## 6.2 Movimento Harmônico Simples

159 Um relógio magnético tem um funcionamento parecido com as oscilações verticais de um dipolo magnético por causa do campo magnético gerado por outro dipolo magnético fixo, como mostra a figura 6-4. O dipolo pendular tem massa  $M$ , comprimento  $l$  e momento de dipolo magnético  $m_1$ . O que está fixo, logo abaixo do ponto de sustentação ( $\phi = 0$ ), tem momento  $m_2$ . A distância entre os dipolos é  $r \ll l$ . A gravidade local é  $\vec{g}$ . Mostre que o período  $T$  das pequenas oscilações do relógio é tal que

$$\frac{1}{T^2} = \frac{g}{4\pi^2 l} + \frac{\mu_0 m_1 m_2}{8\pi^3 M} \left[ \frac{3 + 3r/l + (r/l)^2}{r^5} \right].$$

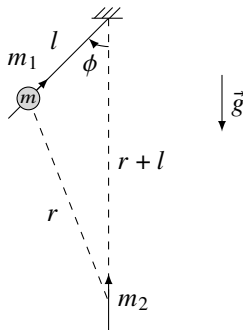


Fig. 6-4

160 Uma massa  $M$  está em equilíbrio estático sobre uma mola vertical sem massa, conforme mostra a figura 6-5. Uma bola de massa  $m$  largada de certa altura adere à massa  $M$  depois de colidir com ela. As oscilações do sistema atingem a altura  $a$  acima do nível original (linha tracejada) e a profundidade  $b$  abaixo dele.

**Dado:** a aceleração da gravidade local é  $\vec{g}$

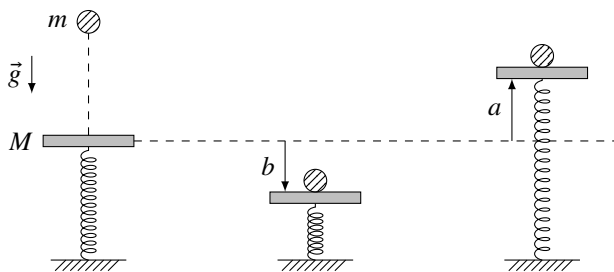


Fig. 6-5

- (a) Determine a constante elástica da mola.
- (b) Determine a frequência das oscilações.
- (c) Qual é a altura acima do nível inicial para que  $m$  seja abandonada?

- 161 No sistema abaixo (ver figura 6-6), se os atritos são desprezíveis, determine o período das pequenas oscilações da bolinha ( $m$ ) dentro do buraco hemisférico de raio  $R$ .

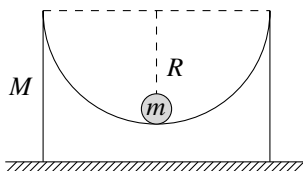


Fig. 6-6

- 162 Assumindo que todos os contatos não têm atritos, determine a frequência angular do sistema bloco-cunha da figura 6-7 abaixo.

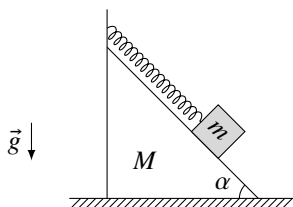


Fig. 6-7

- 168 Uma bola de massa  $m$  está presa a um fio de comprimento  $l$  e massa desprezível (ver figura 6-12). Neste local existe uma forte rajada de vento com velocidade ( $\vec{v}$ ) na horizontal. A força de arrasto na bolinha é do tipo  $\vec{F} = -k\vec{v}$ . Determine o período de oscilações da bola em torno da sua posição de equilíbrio, sabendo que a atenuação do movimento acontece num intervalo de tempo muito maior que o período de oscilação. Para este movimento amortecido a frequência angular é dada por

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \frac{k^2}{4m^2},$$

onde  $\omega_0$  é a pulsação natural da massa pendular.

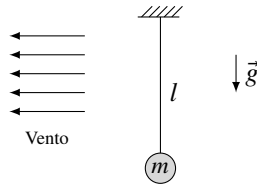


Fig. 6-12

- 169 A figura 6-13 mostra uma pequena esfera sujeita a dois elásticos idênticos. Determine o período das pequenas oscilações do sistema. Despreze a gravidade.

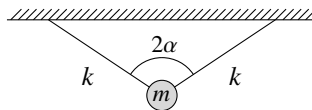


Fig. 6-13

- (A)  $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$       (C)  $2\pi\sqrt{\frac{m}{2k \operatorname{sen} \alpha}}$       (E)  $2\pi\sqrt{\frac{m}{2k \operatorname{tg} \alpha}}$   
 (B)  $2\pi\sqrt{\frac{m}{2k \cos^2 \alpha}}$       (D)  $2\pi\sqrt{\frac{m}{2k \cos \alpha}}$

- 170 Uma corda homogênea e uniforme de comprimento  $l$  é mantida na parte vertical de uma tubulação em L, encurvada em  $O$ , de modo que sua extremidade inferior toque  $O$ , conforme mostra a figura 6-14. A corda é liberada.

# Capítulo 7

## Fluidomecânica

### 7.1 Princípios de Arquimedes e de Pascal

- 181 No laboratório, o vácuo geralmente é feito usando um copo de vidro colocado sobre uma placa de metal. Uma junta de largura  $L$  e raio externo  $R$  é colocada entre o copo de vidro e a base, conforme mostra a figura 7-1, onde  $R > 5L \gg h$ . Qual é a pressão na junta se a pressão atmosférica é  $p_{\text{atm}} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,  $R = 18 \text{ cm}$  e  $L = 1,2 \text{ cm}$ ?

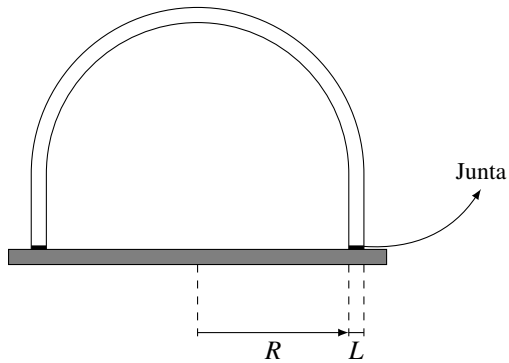


Fig. 7-1

- (c) O valor da força calculada em (b) é maior que o peso da água? Justifique o porquê da sua resposta.

187 Determine a pressão  $p$  de um gás no manômetro mostrado na figura 7-5 abaixo:

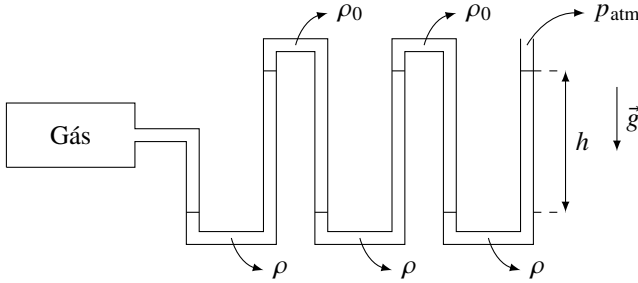


Fig. 7-5

- (A)  $p = p_{\text{atm}} + (3\rho - 2\rho_0)gh$   
 (B)  $p = p_{\text{atm}} + (3\rho + 2\rho_0)gh$   
 (C)  $p = p_{\text{atm}} + (\rho - \rho_0)gh$   
 (D)  $p = p_{\text{atm}} + (\rho + 2\rho_0)gh$   
 (E)  $p = p_{\text{atm}} + (1,5\rho - \rho_0)gh$

188 Tem-se um recipiente com um buraco no fundo e um objeto cilíndrico de raio  $r$ , comprimento  $L$  e massa  $m$ , como mostra a figura 7-6 abaixo. Deseja-se tampar esse buraco com o objeto afim de evitar vazamento d'água por ele. No instante inicial, a base do objeto está no nível do fundo. Nesse momento, enche-se o recipiente com água até uma altura  $h$  desde a base do recipiente, que tem densidade  $\rho$ . Qual a velocidade adquirida pelo cilindro até sair completamente desse buraco?

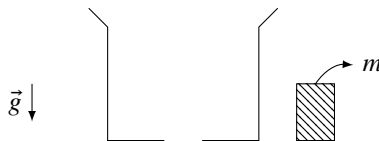


Fig. 7-6

bola, é zero, e a pressão de 1 + 2, em  $P$ , é igual a 10 Pa. A figura 7-8II mostra essa bola sendo puxada para a direita com uma aceleração de módulo  $a = 24 \text{ m/s}^2$ . Qual o valor da pressão desse conjunto de líquidos em  $P$ ? Considere a gravidade local valendo  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

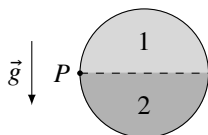


Fig. 7-8I

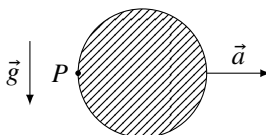


Fig. 7-8II

- (A) 10      (B) 24      (C) 26      (D) 50      (E) 66

192 Uma jarra quadrada em forma de prisma feita de plástico muito leve é enchida com água até uma altura  $h$ , conforme mostrado na figura 7-9. Este recipiente é inclinado lentamente por meio de uma superfície rugosa para que não deslize sobre ela. Se a jarra tomba quando esse ângulo é de  $30^\circ$ , qual é o valor de  $h/l$ ?

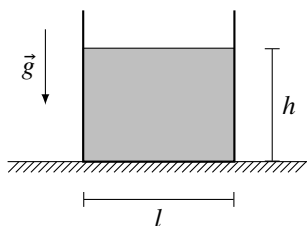


Fig. 7-9

- (A)  $\sqrt{3}/2 + 1$       (C)  $\sqrt{3}/2$       (E)  $\sqrt{3} + \sqrt{13}/2$   
 (B)  $\sqrt{3}$       (D)  $\sqrt{3}/2 + \sqrt{5}/3$

193 Considere três cubos de mesmo tamanho, unidos como se mostra na figura 7-10. A densidade do material que forma os cubos A e B é igual a  $0,50 \text{ g/cm}^3$ , enquanto que o cubo C tem uma densidade igual a  $2,0 \text{ g/cm}^3$ .

- (a) Encontre uma expressão para a diferença de pressão entre um ponto  $x$ , dentro do bocal, e sua extremidade direita, em função da área da seção transversal do tubo naquele ponto,  $A(x)$ , a densidade da água,  $\rho$ , e outros parâmetros conhecidos.
- (b) Prove que a componente  $F_x$  (eixo- $x$ ) da força líquida sobre o bocal, devido ao fluxo, não depende do contorno específico do bocal e será dada por

$$F_x = \frac{1}{2} \rho Z^2 \frac{(A_1 - A_2)^2}{A_1 A_2^2}.$$

- (c) A expressão em (b) diz que  $\vec{F}$  está na direção positiva de  $x$  independentemente do bocal convergir ( $A_2 < A_1$ ) ou divergir ( $A_2 > A_1$ ).

- 201 De um reservatório superior de área  $A_0$  circula um líquido pelo tubo de área  $A$  até um inferior de área  $A_1$  (ver figura 7-18). Qual será a velocidade com que o líquido sai do tubo? A diferença entre os níveis nesses reservatórios é  $h$ . A gravidade local é  $\vec{g}$ .

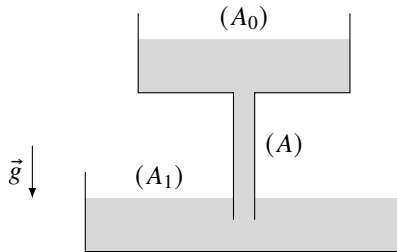


Fig. 7-18

- 202 Dois grandes reservatórios contíguos têm em suas paredes orifícios de áreas  $A_1$  e  $A_2$ , pelos quais circula um líquido (ver figura 7-19). Se  $h_1$  é a altura do nível do líquido no reservatório da esquerda com respeito ao do da direita e  $h_2$ , o nível do líquido no reservatório da direita com respeito ao orifício de área  $A_2$ , qual será a relação entre  $h_1$  e  $h_2$  para que haja um regime de escoamento permanente por aqueles orifícios.



# Capítulo 8

## Termologia

### 8.1 Termometria e Dilatação Térmica

206 Ao tomar a temperatura de um paciente, um médico só dispunha de um termômetro graduado em graus Fahrenheit. Para se precaver ele fez antes alguns cálculos e marcou no termômetro a temperatura correspondente a  $42\text{ }^{\circ}\text{C}$  (temperatura crítica do corpo humano). Em que posição da escala do seu termômetro ele marcou essa temperatura?

- (A) 106,2    (B) 107,6    (C) 102,6    (D) 180,0    (E) 104,4

207 O verão de 1994 foi particularmente quente nos Estados Unidos da América. A diferença entre a máxima temperatura do verão e a mínima do inverno anterior foi de  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Qual o valor desta diferença na escala Fahrenheit?

- (A)  $108\text{ }^{\circ}\text{F}$     (B)  $60\text{ }^{\circ}\text{F}$     (C)  $140\text{ }^{\circ}\text{F}$     (D)  $33\text{ }^{\circ}\text{F}$     (E)  $92\text{ }^{\circ}\text{F}$

208 Para medir a febre de pacientes, um estudante de medicina criou sua própria escala linear de temperaturas. Nessa nova escala, os valores de 0 (zero) e 10 (dez) correspondem respectivamente a  $37\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ . A temperatura de mesmo valor em ambas escalas é aproximadamente igual a

- 220 Uma barra metálica ( $\alpha = 1,7 \times 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ ) de comprimento natural igual a 3 m se encontra fixa por uma de suas extremidades, numa parede vertical, e está sobre duas rodas idênticas  $A$  e  $B$  de raios iguais a 0,5 cm, conforme a figura 8-6. A barra é aquecida desde  $20^\circ\text{C}$  até  $220^\circ\text{C}$ . Qual é a diferença dos deslocamentos angulares das rodas? Despreze a absorção de calor pelas rodas.

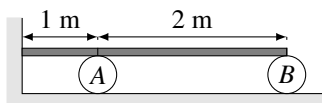


Fig. 8-6

- (A) 0,23 rad  
 (B) 0,24 rad  
 (C) 0,40 rad  
 (D) 0,02 rad  
 (E) 0,68 rad
- 221 O telhado de uma casa é um plano perfeitamente liso que faz com a direção horizontal, um ângulo  $\theta$ . Quando a temperatura muda, entre  $T_c$  (antes do amanhecer) e  $T_h$  (no final da tarde), o telhado se expande ou se contrai, uniformemente. Considere que o telhado tenha um coeficiente de dilatação linear  $\alpha_1$ . Sobre esse telhado, repousa uma placa retangular ( $\alpha_2 > \alpha_1$ ), como mostra a figura 8-7. O comprimento da placa é  $L$ , na direção- $y$ . O componente normal ao telhado do peso da placa é neutralizado pela reação do telhado, que está uniformemente distribuído, na área da placa. O coeficiente de atrito cinético entre a placa e o telhado é  $\mu$ . A placa e o telhado sempre estarão, em equilíbrio térmico. Por causa da diferença dos coeficientes de expansão, cada ponto da placa apresentará um movimento relativo, na direção- $y$ , exceto aqueles que estão sobre uma linha estacionária  $y = y_0$ . Inicialmente, como foi dito, a placa está parada com respeito ao telhado.

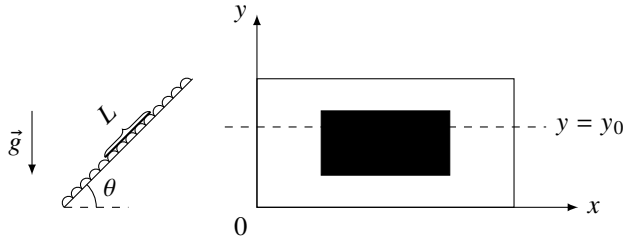


Fig. 8-7

- (a) Mostre que a distância entre a linha estacionária e a borda superior horizontal da placa é dada por  $\frac{L}{2} \left( 1 - \frac{\text{tg } \theta}{\mu} \right)$ .
- (b) Mostre que, diariamente, a placa desloca-se sobre o telhado com uma distância

$$\Delta y = \frac{L}{\mu} (\alpha_2 - \alpha_1) (T_h - T_c) \text{tg } \theta.$$

- 222 Uma boca truncada em forma de cone é colocada no final de um recipiente cilíndrico (ver figura 8-8). A altura da seção cortada do cone dentro do cilindro é  $L$ . A porção cilíndrica é completamente preenchida com um líquido. Quando a temperatura do sistema aumenta de  $\Delta T$ , o líquido sobe de  $h$ . Quando a temperatura do sistema é aumentada em  $3\Delta T$ , a altura do líquido aumenta em  $h$ . Qual é a relação  $h/L$ ? Assuma que os contêineres não se expandem.

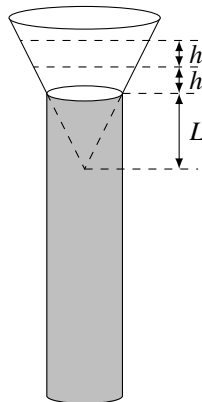


Fig. 8-8

- (A)  $\frac{1}{3}$
- (B)  $1 - \frac{kx(L-x)}{p_{\text{atm}}AL}$
- (C)  $1 - \frac{x}{L}$
- (D)  $1 - \frac{kx}{p_{\text{atm}}A}$
- (E)  $\frac{x}{L} \left[ 1 + \frac{k(L-x)}{p_{\text{atm}}A} \right]$

- 232 A figura 8-14 abaixo mostra um aparato para determinar a razão  $\gamma = c_p/c_v$  para um gás de acordo com o método de Clément-Desormes. Uma garrafa  $G$ , de alguns litros, está equipada com uma torneira  $H$  e um manômetro  $M$ . A diferença de pressão entre o interior e o exterior pode ser observada pelas alturas  $h$  (diferença nas duas alturas das colunas no manômetro). A garrafa está preenchida com o gás a ser investigado, com uma pressão ligeiramente menor que a pressão atmosférica externa. O frasco é deixado de tal forma (com a torneira fechada) até que a temperatura da garrafa seja a mesma da temperatura externa do ambiente. Neste caso, a leitura no manômetro é  $\Delta h = h_i$ . A torneira  $H$  é aberta por um curto intervalo de tempo suficiente para que a pressão interna iguale-se à pressão atmosférica, no qual o manômetro lê  $\Delta h = 0$ . A torneira é novamente fechada e a temperatura interna iguala-se à temperatura externa e a leitura final do manômetro é  $\Delta h = h_f$ . Calcule  $\gamma$  em função de  $h_i$  e  $h_f$ .

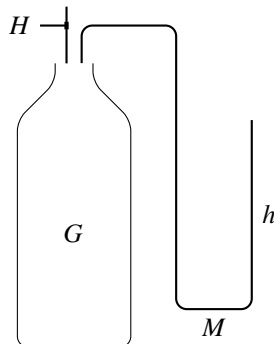


Fig. 8-14

- 235 Uma mistura de dois gases de massas molares  $M_1$  e  $M_2$  é mantida em um recipiente de volume  $V$ , temperatura  $T$  e pressão  $p$ . A massa total da mistura é  $m$ . Calcule a razão entre as massas dos dois gases.
- 236 Um recipiente de volume 30 L está dividido em três partes iguais por divisórias semipermeáveis muito delgadas, conforme mostra a figura 8-17. Na parte esquerda é introduzida uma massa de 15 moles de Hidrogênio, no compartimento do meio, 10 moles de Oxigênio e no da direita, 5 moles de Nitrogênio. A divisória esquerda é permeável ao Hidrogênio enquanto a divisória da direita é permeável ao Hidrogênio e ao Nitrogênio.

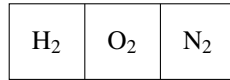


Fig. 8-17

- Determine a pressão em cada um dos compartimentos logo após ser estabelecido o equilíbrio sabendo-se que o recipiente se mantém a uma temperatura constante  $T = 300$  K.
- 237 Num recipiente, que contém um gás rarefeito e que apresenta uma pequena abertura, ocorre um fenômeno chamado *efusão*, no qual o número de moléculas que sai do recipiente é proporcional a  $n\bar{v}$  ( $n$  e  $\bar{v}$  são a densidade do gás e a velocidade escalar média das moléculas). Considere um recipiente dividido em duas câmaras com uma pequena abertura entre elas e que contém um gás rarefeito. As condições são tais que ocorre o fenômeno de efusão entre uma câmara e outra. Se as câmaras 1 e 2 são mantidas, respectivamente, a temperaturas  $T_1$  e  $T_2$  e a pressão da câmara 1 é  $p_1$ , qual o valor da pressão na câmara 2 na situação de equilíbrio?

- (A)  $p_1 \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$       (C)  $p_1 \sqrt{\frac{T_2}{T_1 + T_2}}$       (E)  $p_1 \left( \frac{T_2}{T_1 + T_2} \right)$
- (B)  $p_1 \sqrt{\frac{T_1 + T_2}{T_1}}$       (D)  $p_1 \left( \frac{T_1 + T_2}{T_1} \right)$

(A)  $\left(\frac{3 + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\right) \rho gh$

(B)  $\left(\frac{3 - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\right) \rho gh$

(C) 0

(D)  $\left(\frac{4 + \sqrt{2}}{3}\right) \rho gh$

(E)  $\left(\frac{4 - \sqrt{2}}{3}\right) \rho gh$

240 Um cilindro cheio de gás tem área da seção reta igual a  $10 \text{ cm}^2$  e é fechado por um êmbolo pesado e móvel. O cilindro começa a subir com aceleração  $2g$  ( $g$  é o módulo da gravidade local). A temperatura do gás é mantida constante e o volume sob o êmbolo fica  $2/3$  do original. Ache a massa  $M$  do êmbolo. Considere a pressão externa igual a  $10^5 \text{ N/m}^2$ .

241 Uma sonda da NASA penetra na atmosfera de um planeta, descendo em linha reta até sua superfície. Durante a descida, a pressão atmosférica é medida em função do tempo, conforme mostrado no gráfico da figura 8-20 abaixo.

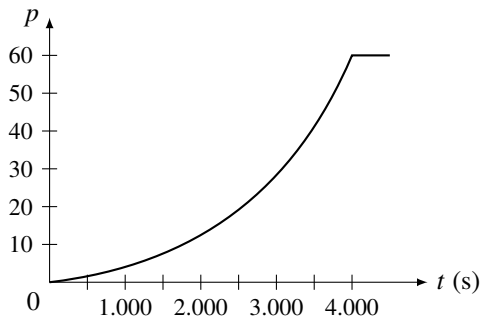


Fig. 8-20

Infelizmente, a NASA novamente deu uma mancada e a calibração do medidor de pressão foi perdida, de modo que as unidades do eixo vertical

- (a) Determine a força exercida pela pressão térmica do gás para uma nuvem esférica de médio  $r$ .
- (b) Qual é a força gravitacional exercida num átomo de H a uma distancia  $r$  do centro da nuvem esférica.
- (c) Determine o raio máximo para que a nuvem de gás não colapse. Considere neste caso uma nuvem esférica de raio  $r$  e divida-a em duas partes iguais separadas (centro de massa) por uma distancia igual a  $r$ .

247 Um recipiente é dividido por partições em três partes tendo volumes  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$ . Essas divisões contêm gases sob pressões  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$ , respectivamente. Determine a pressão estabelecida no recipiente depois de remover as partições. A temperatura não muda com isso.

248 Em um tubo em U, aberto em ambas as extremidades, despeja-se Mercúrio de densidade  $\rho$ , onde o comprimento total é  $h$ . A gravidade local é  $\vec{g}$  e a pressão atmosférica,  $p_{\text{atm}}$ .

- (a) Se o nível do Mercúrio em um dos lados é abaixado (levantado) permitindo que apareça oscilações, mostre que, desprezando qualquer tipo de atrito, o período associado será

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{h}{2g}}.$$

- (b) Uma das extremidades do tubo é vedada e a coluna de ar preso tem comprimento  $L$ . Considerando que o ar seja um gás ideal, mostre que o período das oscilações do sistema ar + Mercúrio após aquele nível sofrer a mesma perturbação passa a ser igual a

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{h}{2g + \frac{\gamma h_0 g}{L}}},$$

onde  $h_0$  é a altura da coluna barométrica ( $\rho g h_0 \gg p_{\text{atm}}$ ). Os processos que o gás sofre em suas compressões e expansões durante

- (A)  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \frac{\sqrt{MRT_0}}{m_t}$       (C)  $\frac{1}{2\sqrt[3]{2}} \frac{\sqrt{MRT_0}}{m_t + m_e}$       (E)  $\frac{1}{2\sqrt[3]{2}} \frac{\sqrt{MRT_0}}{m_e}$
- (B)  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \frac{\sqrt{MRT_0}}{m_t + m_e}$       (D)  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \frac{\sqrt{MRT_0}}{m_e}$

- 252 Na figura 8-23, há dois volumes iguais a  $V$  que se unem por meio de um canal estreito. Nesses volumes há uma quantidade pequena de partículas  $N$ , que impossibilita quaisquer colisões entre elas. Quantas partículas contém cada um dos volumes, se a temperatura do 1º volume é  $T_1$  e do 2º,  $T_2 > T_1$ ? Determine as pressões nesses volumes. Qual será o sentido do fluxo de partículas no canal?

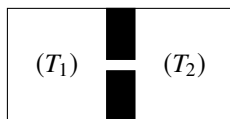


Fig. 8-23

- 253 Num volume mantém-se a temperatura  $T_0$ . Fora dele, existe um gás ideal com pressão  $p$  e temperatura absoluta  $T$ , conforme a figura 8-24.

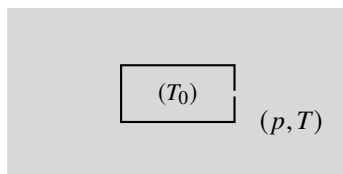


Fig. 8-24

Qual será a pressão do gás nesse volume, também ideal, se esse está em contato com o gás externo por meio de um buraco pequeno? Os gases são rarefeitos (poucas partículas).

- 254 O termômetro de gás é composto por dois recipientes idênticos de volume  $V_0$ , unidos por um tubo de comprimento  $l$  e seção  $A$  (ver figura 8-25). Uma gota de Mercúrio obstrui o tubo. Se as temperaturas dos gases nos



- (A)  $\frac{1}{6}$       (B)  $\frac{3}{23}$       (C)  $\frac{37}{55}$       (D)  $\frac{24}{115}$       (E)  $\frac{1}{2}$

- 257 Para aumentar a temperatura de uma haste de massa  $M$  e comprimento  $L$  em  $\Delta T$  na posição vertical, é necessário fornecer calor dado por  $Q_1$  (ver figura 8-26I). Quando a barra está no plano horizontal, o calor necessário para aumentar sua temperatura em  $\Delta T$  é  $Q_1/2$  (ver figura 8-26II). Suponha que a haste não troque calor com nenhum meio. Sendo  $c$  o calor específico da haste,  $\mu$ , o coeficiente de atrito entre a haste e  $g$ , a gravidade local, qual é o coeficiente de dilatação térmica da haste?

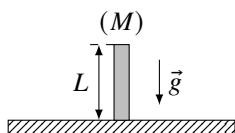


Fig. 8-26I

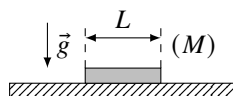


Fig. 8-26II

- (A)  $\frac{c}{gL(1-2\mu)}$       (C)  $\frac{c}{gL(1-\mu)}$       (E)  $\frac{c}{gL\mu}$   
 (B)  $\frac{c}{gL(2-\mu)}$       (D)  $\frac{c}{gL(4-\mu)}$

- 258 Um mol de um gás ideal realiza o ciclo mostrado na figura 8-27. As temperaturas dos pontos 1 e 3 são respectivamente  $T_1$  e  $T_3$ . Qual o trabalho realizado no ciclo sabendo que os pontos 2 e 4 estão em uma mesma isoterma?

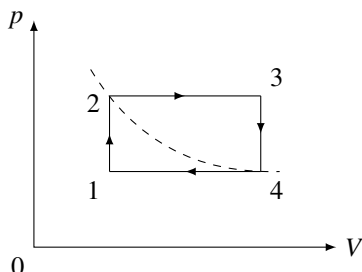


Fig. 8-27

Os estados 1, 2, 3 e 4 têm as seguintes temperaturas:  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  e  $T_4$ . Determine o trabalho feito pelo gás, em joules, num ciclo. A constante universal dos gases ideais é  $R$ .

- 271 A eficiência do sistema de propulsão do barco, composto por um motor de combustão interna e um sistema de propulsão a jato d'água, é igual a  $\eta$ . Estime o limite inferior da temperatura máxima  $T_1$  nos cilindros de um motor de barco quando ele se move em velocidade constante, sabendo que a temperatura dos gases de escape é  $T_2$ , a área da seção transversal do tubo de entrada de água do jato propulsão,  $A_1$ , a área da seção transversal do jato ejetado da hélice,  $A_2$ , e na entrada de água, a água entra na tubulação a uma velocidade igual à velocidade do barco em relação à água.
- 272 O processo  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$  é realizado em um mol de um gás monoatômico ideal (veja a figura 8-34) e o gás recebe do aquecedor em um ciclo a quantidade de calor  $Q$ . Quanto calor o gás receberá em um ciclo, se você executar o processo  $2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow 2$  nele? Sabe-se que  $T_3 = 16T_1$ ,  $T_2 = T_4$  e  $B$  é o ponto de intersecção da isoterma  $T = T_2$  com a reta 13 que passa pela origem do diagrama  $p$ - $V$ . Expresse a resposta em termos de  $Q$ .

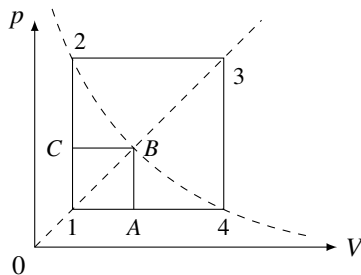


Fig. 8-34

- 273 Um ciclo ocorre sobre um gás monoatômico ideal, que em coordenadas  $(p, V)$ , tem a forma de um retângulo, cujos lados são paralelos aos eixos  $p$  e  $V$ . Encontre a eficiência máxima de tal ciclo.

# Capítulo 9

## Ondulatória

### 9.1 Ondas Transversais e Longitudinais

**281** Fenômenos ondulatórios genéricos unidimensionais são matematicamente modelados, desprezando efeitos dissipativos, por uma mesma equação diferencial conhecida como *equação de onda*

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2},$$

em que  $f(x, t)$  representa uma quantidade física perturbada pela onda e  $v$ , a velocidade de propagação da onda. Ondas sonoras podem ser entendidas tanto como uma perturbação do valor da pressão de um gás, como no deslocamento médio de partículas, que se propaga ao longo do espaço com uma velocidade  $v_s$ . Admita um gás ideal inicialmente submetido à pressão  $p_0$  e temperatura  $T_0$ , cuja massa molar seja dada por  $M$ . As partículas do gás são perturbadas por uma membrana de um alto-falante, de tal forma que uma onda de deslocamento senoidal dada por  $u(x, t) = A_u \cos(kx - \omega t)$  é gerada. Considere que as transformações gasosas envolvidas acontecem adiabaticamente, que a constante universal dos gases é dada por  $R$  e que o seu coeficiente de Poisson vale  $\gamma$ .

- (a) Determine uma expressão para a densidade volumétrica  $\rho_0$  do gás em

função de  $p_0$ ,  $M$ ,  $R$  e  $T_0$ .

- (b) Determine a relação entre as variações relativas de volume ( $dV/V$ ) e pressão ( $dp/p$ ) de um gás ideal que realiza uma transformação adiabática.
- (c) Determine uma expressão para a onda de pressão do gás  $p(x, t)$  em torno do valor de equilíbrio  $p_0$ . Deixe a sua resposta em termos de  $p_0$ ,  $A_u$ ,  $k$ ,  $\omega$  e  $\gamma$ .
- (d) Determine a expressão da velocidade da onda sonora  $v_s$  através do gás.

282 Um pulso é produzido numa corda e pode ser representado por uma função  $y = f(x)$  propagando-se rigidamente ao longo dela (ver figura 9-II). Como obter a equação de movimento para as oscilações de uma corda? A figura 9-III mostra um perfil da corda dividida em  $n$  partículas de massas  $m_1, m_2, \dots, m_n$ , que estão deslocadas verticalmente por  $u_1, u_2, \dots, u_n$ , respectivamente. O espaçamento entre duas massas adjacentes é sempre igual a  $b$ . Usaremos essa abordagem para chegar à equação de uma onda unidimensional (eixo- $x$ ).

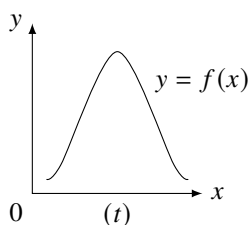


Fig. 9-II

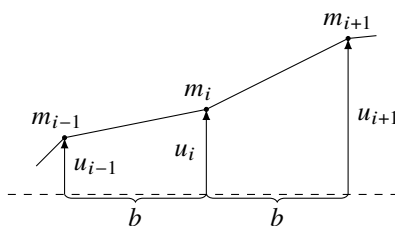


Fig. 9-III

Se a corda está tensionada por uma tração  $T$ , que praticamente não muda durante as suas oscilações, como podemos chegar à equação da onda, ou seja,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \left(\frac{\mu}{T}\right) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

usando esse caminho? A densidade linear da corda é  $\mu$ . Justifique seus argumentos com cálculos detalhados.

## 9.3 Cordas Vibrantes, Tubos Sonoros e Efeito Doppler

293 O aparelho da figura 9-5 abaixo permite verificar se a amplificação sonora ocorrerá quando a diferença nos caminhos de duas ondas de mesmo comprimento, chegando ao mesmo local for igual a um número par de meias ondas, e a atenuação – quando a diferença de caminho for igual a um número ímpar de meias ondas. O dispositivo consiste em um tubo metálico  $ab$ , que se ramifica em dois ramos  $c$  e  $c'$  convergindo novamente em um tubo  $de$ . Se um diapasão sonoro for levado até à extremidade do tubo  $a$ , então, a onda sonora, dividindo-se em  $b$ , em duas partes  $bcd$  e  $bc'd$ , é reunida no tubo  $de$ . Se  $bcd - bc'd = n\lambda$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ), então, um som é ouvido no tubo  $d$ , e se essa diferença for igual a  $(n + 1/2)\lambda$ , então, nenhum som é ouvido em  $d$ . Neste último caso, para onde irá a energia das vibrações sonoras excitadas pelo diapasão?

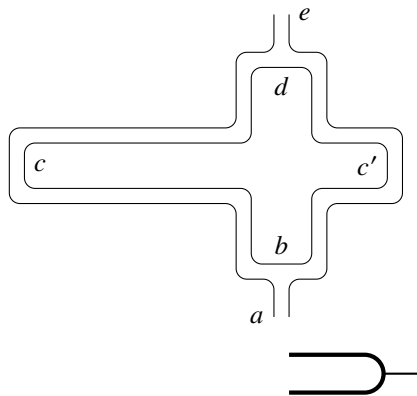


Fig. 9-5

294 Ondas sonoras são o resultado de uma perturbação na pressão de um meio elástico (ar, água etc.). Na propagação de ondas periódicas, a pressão em um meio pode ser escrita como  $p(t) = p_0 \text{sen}(2\pi ft + \delta)$ , sendo  $f$  a frequência do som,  $p_0$ , a amplitude da onda e  $\delta$ , a fase. A intensidade sonora

- 303 Uma corda de densidade  $0,8 \text{ kg/m}$  é esticada por uma tensão de  $500 \text{ N}$ . Determine a potência média necessária para manter uma onda viajante de amplitude  $10 \text{ mm}$  e comprimento de onda  $0,5 \text{ m}$ . Use, se necessário,  $\pi^2 \cong 10$ .

(A)  $25 \text{ W}$       (B)  $50 \text{ W}$       (C)  $100 \text{ W}$       (D)  $200 \text{ W}$       (E)  $400 \text{ W}$

- 304 (a) Uma corda homogênea e uniforme envolve um arco circular, que está sobre uma mesa lisa (ver figura 9-10). O centro do aro é fixo e está representado por  $O$ . Em dado momento, coloca-se esse conjunto aro + corda para girar em torno de  $O$  com velocidade angular  $\omega$ , conforme mostra a figura. Se  $r$  é o raio desse aro, mostre que a velocidade do pulso na corda é  $\omega r$ . (b) Mostre ainda que o menor tempo gasto por esse pulso para completar o ciclo é dado por  $\pi/\omega$ ?

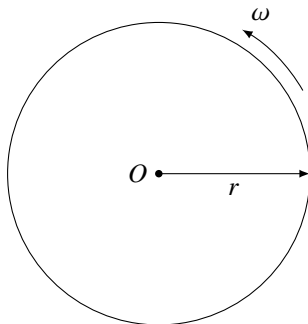


Fig. 9-10

- 305 Uma bola de raio  $R$  realiza oscilações radiais harmônicas com frequência  $\omega$  e amplitude  $A \ll R$  em um líquido cuja densidade é  $\rho$ . Com que energia média por período a onda é emitida?

(A)  $\pi^2 R^2 \omega^2 A^2 \rho v_s$       (C)  $4\pi^2 R^2 \omega^2 A^2 \rho v_s$       (E)  $\pi^2 R^2 \omega^2 A^2 \rho v_s / 4$   
 (B)  $2\pi^2 R^2 \omega^2 A^2 \rho v_s$       (D)  $\pi^2 R^2 \omega^2 A^2 \rho v_s / 2$

# Capítulo 10

## Óptica Geométrica

### 10.1 Propagação da Luz, Leis da Reflexão e da Refração

306 Três prismas retos e com índices de refração iguais a  $n_1$ ,  $n_2$  e  $n_3$  estão em contato conforme mostra a figura 10-1. Se um raio luminoso, que atravessa esse conjunto não sofre desvio, assinale a alternativa que possui a relação correta entre  $n_1$ ,  $n_2$  e  $n_3$ .

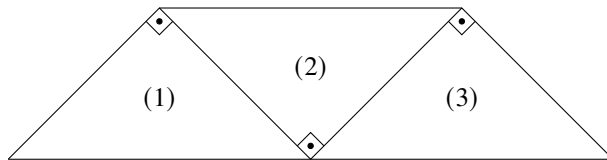


Fig. 10-1

- (A)  $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1$
- (B)  $n_1^2 - n_2^2 + n_3^2 = 1$
- (C)  $n_1^3 - n_2^3 + n_3^3 = 1$
- (D)  $n_1^3 + n_2^3 + n_3^3 = 1$
- (E)  $(n_1 - n_3)^3 = 3n_1n_2n_3$

- 307 Um prisma triangular reto, mostrado na figura 10-2, é usado para alterar a altura do raio de luz monocromático  $h_0$  para  $h$ , mantendo a sua direção horizontal de incidência. O índice de refração do prisma é  $n$  e um dos ângulos internos desse prisma é  $\theta$ .

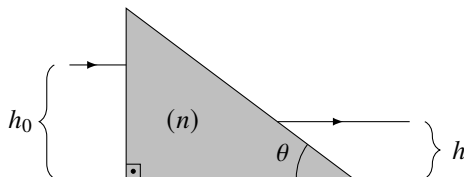


Fig. 10-2

- (a) Encontre o valor de  $n$  em função de  $\theta$  de modo que a luz que sai do prisma também seja horizontal. Se o índice de refração for dado, qual ângulo  $\theta$  a luz deve ter para sair horizontalmente?
- (b) Encontre a razão  $h_0/h$  entre as alturas em função de  $\theta$ , e ainda, obtenha a expressão para  $n$  em termos de  $h_0$  e  $h$ .
- (c) Se  $\theta = 45^\circ$ , verifique se as expressões encontradas são válidas.

- 308 A figura 10-3 mostra a seção transversal de um prisma de material transparente sobre o qual incide um raio de luz  $\alpha$  perpendicular à face gerada pela aresta  $BC$  do triângulo. Uma parte dele ( $\beta$ ) emerge paralelamente ao raio incidente. Ambos estão separados por uma distância  $d = 7$  cm. O triângulo  $ABC$  é equilátero de 12 cm de lado. Qual é, então, o índice de refração do material transparente?

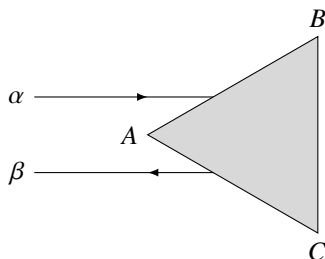


Fig. 10-3



para  $F$ , que está a uma distância  $f$  do vértice  $V$ , como mostra a figura 10-6. Mostre que essa superfície é elíptica. Determine o seu semieixo maior e sua excentricidade.

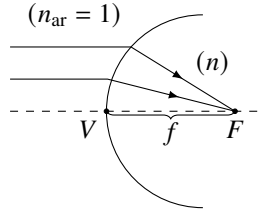


Fig. 10-6

- 315 Uma esfera de vidro, espelhada interiormente, possui um buraco circular com ângulo de abertura  $2\alpha$ , no qual incide um feixe cilíndrico, perpendicular ao seu plano (ver figura 10-7). Alguns desses raios, tendo sofrido somente uma reflexão, saem da esfera. Qual será a fração da potência do feixe incidente transportada por esses raios?

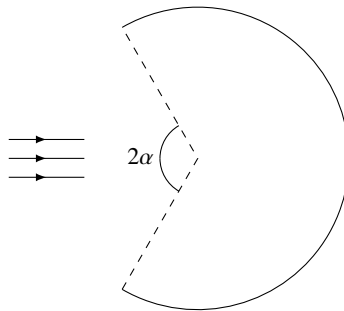


Fig. 10-7

## 10.2 Estudo de Espelhos, Lâminas e Prismas

- 316 Um biprisma muito fino tem ângulo de abertura  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$  e está a uma distância  $d$  de um ponto luminoso  $S$  (ver figura 10-8). O índice de refração desse biprisma é  $n$ . Obtenha a distância entre as imagens conjugadas  $S_1$  e  $S_2$ ,  $D$ , de  $S$ .

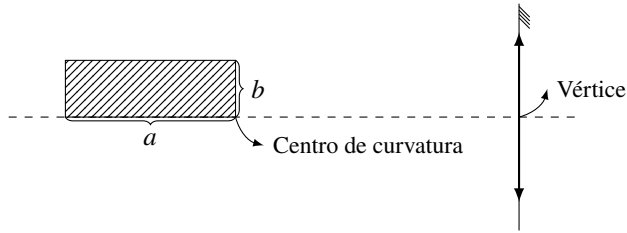


Fig. 10-9

- |   |   |
|---|---|
| <p>(A) <math>\frac{abf}{a+f}</math></p> <p>(B) <math>\frac{2abf}{a+f}</math></p> <p>(C) <math>\frac{abf}{a+2f}</math></p> | <p>(D) <math>\frac{ab(a+2f)f}{2(a+f)^2}</math></p> <p>(E) <math>\frac{2ab(a+2f)f}{(a+f)^2}</math></p> |
|---|---|

320 Duas lentes convexas delgadas  $L_1$  e  $L_2$  têm distâncias focais iguais a  $f_1$  e  $f_2$ . A distância entre os seus eixos ópticos verticais é igual a  $d$  ( $d < f_1$  e  $d < f_2$ ). Um feixe de luz incide sobre a lente  $L_1$ , conforme mostra a figura 10-10. O desnível entre os centros ópticos dessas lentes é  $\Delta$ . Determine as coordenadas analíticas do ponto focal desse sistema óptico.

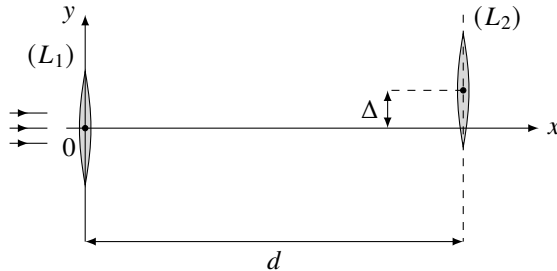


Fig. 10-10

321 Um objeto luminoso está a uma distância  $d$  de um anteparo.

- (a) Mostre que uma lente convergente de distância focal  $f$  pode formar uma imagem real do objeto no anteparo quando colocada em duas posições separadas de  $\sqrt{d(d-4f)}$  ( $d > 4f$ ).

conforme mostrado na figura 10-13II. Um feixe de luz paraxial incide ao longo do eixo da parte C. Encontre a distância entre as duas imagens formadas.

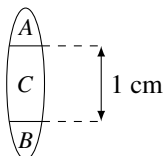


Fig. 10-13I



Fig. 10-13II

- (A) 1 cm                      (C) 0,25 cm                      (E) 0,1 cm  
 (B) 0,5 cm                      (D) 0,2 cm

- 330 Um dos métodos para determinar a velocidade da luz é o de Foucault. Este consiste em um pequeno espelho plano colocado na lateral de um cilindro de metal giratório  $M_R$  que reflete uma luz, em geral luz laser, fazendo percorrer grande distância e ser refletido de volta por um espelho fixo  $M_F$ , de acordo com a figura 10-14I abaixo.

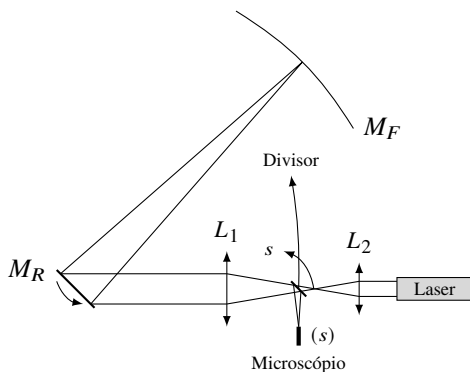


Fig. 10-14I

Em certo instante, com o espelho giratório parado em um ângulo  $\theta$ , um caminho óptico é definido de acordo com a figura 10-4IIa. Um observador mede com um microscópio uma posição  $s_0$  no plano focal  $f_1$  localizado no

# Capítulo 11

## Ótica Física

### 11.1 Ondas Luminosas e Interferência

- 331 Uma tela, dois espelhos e uma fonte de luz monocromática estão dispostos conforme mostrado na figura 11-1. Devido à sombra, apenas a luz refletida da fonte pode atingir a tela. Haverá um padrão de interferência no anteparo. Se  $d$  é a distância entre as linhas, expresse o comprimento de onda da luz  $\lambda$  em termos de  $d$  e a distância  $a$ . Suponha que  $a \gg d$ .

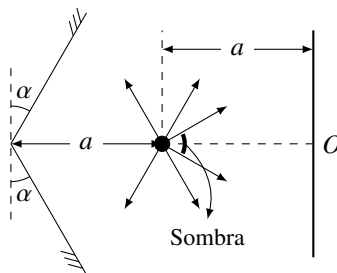


Fig. 11-1

- 332 Um prisma com ângulo de refração  $\alpha$  é revestido com um filme de material transparente de índice de refração igual a  $n_2$  na face  $AC$  (ver figura 11-2). Um raio de luz de comprimento de onda  $\lambda$  incide na face  $AB$  tal que o

(direção- $x$ ). Num tempo  $t$ , as amplitudes  $y$  destas ondas podem ser escritas como

$$y(x, t) = a \cos \frac{2\pi}{\lambda}(x - vt),$$

onde  $a$  é a amplitude máxima de cada onda. As duas ondas que emergem da fenda, na direção  $\theta$ , irão se superpor na direção- $x$  (num ponto cuja distância é muito maior que a separação das fendas  $d$ ), resultando numa onda de amplitude  $A$ , obtida pela adição dos vetores de cada onda. Verifique geometricamente que a amplitude  $A$  é igual a  $A = 2a \cos \beta$ , onde  $\beta = \pi d \sin \theta / \lambda$ .

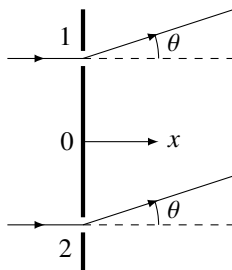


Fig. 11-4

- 336 Em 1890, Otto Wiener realizou um experimento em que dizia ter fotografado ondas eletromagnéticas de comprimento de onda  $\lambda$ , usando um experimento cujo esquema esta representado na figura 11-5 a seguir.

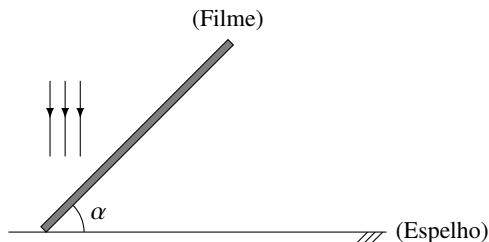


Fig. 11-5

- (a) Uma onda plana incide normalmente num espelho. Um filme fotográfico (sobre uma superfície de vidro plana) é montado formando um

pequeno ângulo  $\alpha$  com o espelho. O filme fotográfico é praticamente transparente, porém quando revelado apresenta um padrão de linhas escuras, devido à ação das ondas eletromagnéticas. Determine a posição e a separação das linhas escuras que aparecem no filme negativo após a revelação. Ignore qualquer atenuação que possa ocorrer ou reflexão no sistema devido ao filme fotográfico.

- (b) O experimento foi repetido no caso em que as ondas eletromagnéticas incidem fazendo um ângulo de  $45^\circ$  com o espelho. Nesta situação, como seria o padrão formado no filme fotográfico. Considere agora os casos em que o campo elétrico (da onda plana) é polarizado paralelo e perpendicular ao plano de incidência (plano de espalhamento).

337 Um telescópio será utilizado para observar dois objetos que estão separados por 0,12 m e a uma distância de 10 km. Faça uma estimativa do diâmetro da lente objetiva do telescópio para que seja possível fazer uma distinção entre estes dois objetos, considerando que ambos são iluminados por uma luz monocromática de comprimento de onda 600 nm ( $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ ).

338 O *interferômetro de Fabry-Perot* é um instrumento óptico que utiliza a interferência de múltiplos feixes luminosos. Ele é constituído por dois espelhos voltados para um material transparente com índice de refração  $n$  e espessura  $d$ , como mostra a figura 11-6I:

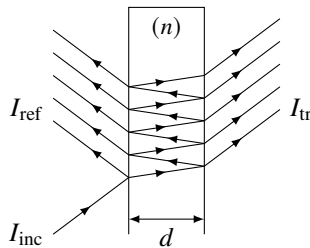


Fig. 11-6I

Na figura 11-6I dada,  $I_{inc}$ ,  $I_{ref}$  e  $I_{tr}$  são, respectivamente, as intensidades incidente, refletida e transmitida através do interferômetro. O comprimento

- (A)  $\frac{0,54}{0,54 + 0,36n}$       (C)  $\frac{0,54}{0,54 - 0,36n}$       (E)  $\frac{0,92}{0,92 + 0,08n}$   
 (B)  $\frac{0,54n}{0,54 + 0,36n}$       (D)  $\frac{0,54n}{0,54 - 0,36n}$

- 346 Um detector de ondas de rádio em um observatório radioastronômico é colocado na praia do mar a uma altura  $h$  acima do nível do mar. Após a ascensão de uma estrela acima do horizonte, irradiando ondas eletromagnéticas de comprimento de onda  $\lambda$ , o detector registra séries de máximos e mínimos alternados. O sinal registrado é proporcional à intensidade das ondas detectadas. O detector registra ondas com vetor campo elétrico, vibrando em direção paralela à superfície do mar. Determine a relação do sinal do primeiro máximo para o próximo mínimo. Na reflexão da onda eletromagnética na superfície da água (ver figura 11-8), a razão entre as intensidades do campo elétrico da onda refletida ( $E_{\text{ref}}$ ) e incidente ( $E_{\text{inc}}$ ) é

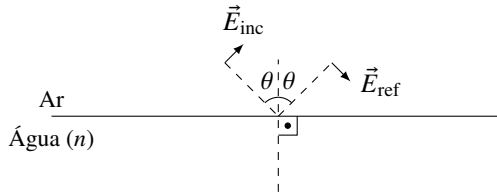


Fig. 11-8

$$\frac{E_{\text{ref}}}{E_{\text{inc}}} = \frac{n - \cos \theta}{n + \cos \theta},$$

onde  $n$  é o índice de refração da água e  $\theta$ , o ângulo de incidência da onda.

- (A)  $\frac{4n^2 h^2}{\lambda^2} \left( \frac{2nh + \lambda}{4nh + \lambda} \right)^2$       (D)  $\frac{16n^2 h^2}{\lambda^2} \left( \frac{nh + \lambda}{4nh + \lambda} \right)^2$   
 (B)  $\frac{4n^2 h^2}{\lambda^2} \left( \frac{nh + \lambda}{2nh + \lambda} \right)^2$       (E)  $\frac{2h^2}{\lambda^2} \left( \frac{2h + \lambda}{4h + \lambda} \right)^2$   
 (C)  $\frac{16n^2 h^2}{\lambda^2} \left( \frac{2nh + \lambda}{4nh + \lambda} \right)^2$

- 347 Três fendas estreitas  $A$ ,  $B$  e  $C$  são iluminadas por um feixe paralelo de luz de comprimento de onda  $\lambda$ . Um anteparo é colocado a uma distância  $D \gg \lambda$

## 11.2 Difração e Polarização da Luz

349 Considere a difração da luz monocromática de comprimento de onda  $\lambda$  numa fenda dupla de abertura  $a$  e separação  $d$ . Responda os itens a seguir:

- (a) Mostre que o perfil de intensidade da luz  $I$  difratada para fenda dupla em comparação com a fenda única de abertura  $a$  é dada por

$$I = I_m (\cos^2 \beta) \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2,$$

com  $\beta = \pi d \sin \theta / \lambda$ ,  $\alpha = \pi a \sin \theta / \lambda$  e  $I_m$  é amplitude de  $I$ .

- (b) O que ocorre na figura de difração quando o comprimento de onda da luz diminui?
- (c) O que ocorre na figura de difração quando a largura de cada fenda diminui?
- (d) O que ocorre na figura de difração quando a separação entre as fendas diminui?

350 Considere uma onda plana de luz de comprimento de onda  $\lambda$  propagando-se na direção  $\hat{k}$ , que incide sobre uma rede de difração localizada no plano  $z = 0$ . A rede é composta por uma matriz de lacunas de dimensões desprezíveis localizadas nas posições  $\vec{r} = n_x a_x \hat{i} + n_y a_y \hat{j}$ , com  $n_x$  e  $n_y$  inteiros. Um anteparo é disposto paralelamente à rede de difração a uma distância  $z = D \gg \lambda$ ,  $a_x, a_y$  dela. Descreva o padrão de difração observado no anteparo, identificando as posições dos pontos claros nele.

351 A figura 11-11 mostra um sistema óptico composto por um espelho  $E$  e três polarizadores  $P_1, P_2$  e  $P_3$ , sendo que  $P_1$  e  $P_3$  estão instalados de forma que seus planos de polarização sejam perpendiculares entre si. Um feixe de luz não polarizada com intensidade  $I_0$  é direcionado para o sistema.

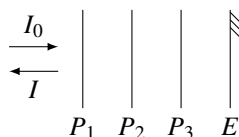


Fig. 11-11



# Capítulo 12

## Eletrostática

### 12.1 Lei de Coulomb, Campo e Potencial Elétricos

356 Uma partícula carregada quando é acelerada emite fótons (radiação eletromagnética). A potência  $P_L$  emitida por uma carga  $q$  com uma aceleração  $a$  é dada pela *fórmula de Larmor*

$$P_L = \frac{2q^2 a^2}{3c^3},$$

onde  $c$  é a velocidade da luz no vácuo. Considere que a carga  $q$  possua uma massa  $m$  e esteja fixa a uma mola de constante elástica  $k$  podendo oscilar livremente.

- (a) Quando este sistema é colocado para oscilar livremente com uma amplitude inicial  $A$ , o que ocorrerá com a amplitude do sistema com o passar do tempo?
- (b) Qual é a potência externa que deve ser fornecida ao sistema para que este oscile com amplitude  $A$  e frequência  $\omega$  (diferente da frequência de ressonância do sistema)?

357 Um tetraedro regular tem suas faces uniformemente carregadas com densidade de carga constante. No centro do tetraedro existe uma carga. O

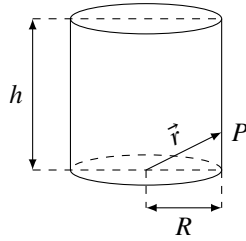


Fig. 12-2

- (A)  $E_0\pi R^2h.$       (C)  $3E_0\pi R^2h.$       (E)  $5E_0\pi R^2h.$   
 (B)  $2E_0\pi R^2h.$       (D)  $4E_0\pi R^2h.$

- 361 No interior de uma esfera lisa dielétrica não condutora de massa  $M$  e raio  $r$ , existem dois corpúsculos idênticos com cargas elétricas de mesmo valor  $q$  e massa  $m$ , conforme mostra a figura 12-3 abaixo. A distância entre eles é  $d$ . Determine a velocidade máxima da esfera, após soltarmos os corpúsculos. Despreze o efeito da gravidade. A permissividade elétrica no vácuo é  $\epsilon_0$ .

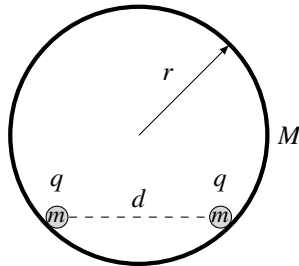


Fig. 12-3

- 362 Uma esfera metálica de raio  $r$  está aterrada. Uma carga puntiforme  $q$  encontra-se a uma distância  $l$  do centro da esfera. Se  $l$  for maior que  $r$ , encontre a carga total da esfera.
- 363 Uma bolha de sabão de raio  $r$  e espessura  $e$  ( $e \ll r$ ) é carregada por um potencial  $V$ . A bolha estoura e forma uma gota. Faça uma estimativa do potencial elétrico adquirido pela gota.



Na figura 12-5II, uma carga elétrica  $q$  é colocada a uma distância  $d$  do plano  $z = 0$  (interface dielétrica), ou seja, a sua posição é  $(0, 0, d)$ :

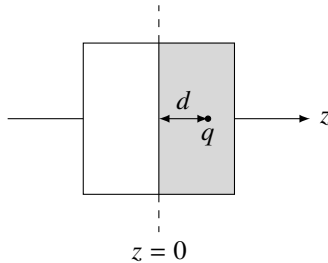


Fig. 12-5II

- (a) Usando o método das imagens para obter as cargas induzidas pelos dielétricos, quantas cargas imagens serão produzidas? Quais serão suas posições em termos de  $d$ ?
- (b) Calcule os valores dessas cargas induzidas em termos dos parâmetros dados.

366 O objetivo deste problema será calcular a capacitância entre duas esferas condutoras,  $A$  e  $B$ , ambas de mesmo raio  $r$  e separadas por uma distância  $d$ , conforme a figura 12-6I abaixo:

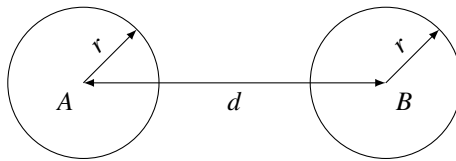


Fig. 12-6I

Um jeito para se resolver isso seria injetar cargas  $+Q$  em  $A$  e  $-Q$  em  $B$  e calcular a diferença de potencial que apareceria entre elas. Mas isso parece ser um tanto complicado! Uma teoria muito eficiente, chamada *método das imagens*, pode ser mais indicada em muitos casos. De acordo com essa teoria, dado um objeto condutor carregado com uma carga  $Q$ , podemos remover essa carga de sua superfície e deixar de considerar a existência do

# Capítulo 13

## Eletrodinâmica

### 13.1 Condutores, Isolantes e Corrente Elétrica

381 Utilizando a lei de Gauss, a lei de Ohm e a equação de continuidade, determine uma forma onde uma densidade de carga inicial em qualquer ponto dentro de um condutor irá decair com o tempo. Considere que o condutor seja de Cobre, cuja resistividade é igual a  $1,7 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$  e a constante dielétrica é unitária. A permissividade elétrica no vácuo é  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{Nm}^2)$ .

- (a) Aproximadamente, em quanto tempo a distribuição de carga inicial dentro do condutor de cobre irá desaparecer?
- (b) Comente a validade da sua resposta.
- (c) Se o condutor é completamente isolado, para onde a carga irá?

382 Um cilindro sólido de raio  $R$  gira com velocidade angular constante  $\omega$  em torno do seu eixo, conforme mostra a figura 13-1 abaixo:

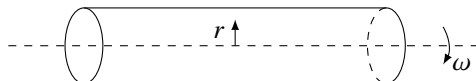


Fig. 13-1

esféricas idênticas de raio  $a \ll b$  cuja distância entre si é  $l \gg a$ , como mostra a figura 13-3 abaixo:

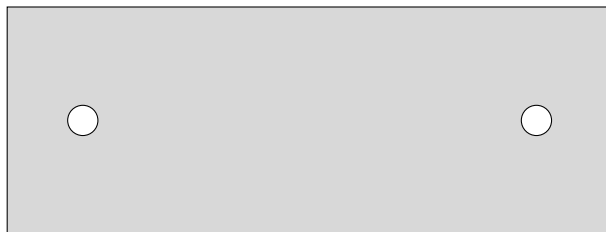


Fig. 13-3

Esses “buracos” acumulam cargas em suas superfícies externas. Se  $R_0$  é a resistência elétrica desse condutor perfeito (sem as cavidades), faça uma estimativa da mudança relativa  $\Delta R/R_0$  na resistência desse material com a presença do defeito. Essa resistência diminui ou aumenta? Faça aproximações lineares na sua resposta e despreze qualquer tipo de aparecimento de carga ligada no meio.

- 386 Um material com resistividade  $\rho$  é usado para fazer um anel de comprimento  $d$  (ver figura 13-4). Os raios do anel são  $a$  e  $b > a$ . A  $ddp$  é mantida entre as superfícies interna e externa do anel. Determine a resistência elétrica do anel sob essas condições.

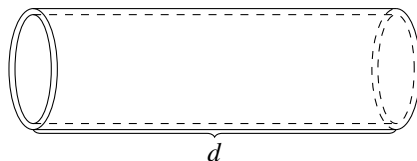


Fig. 13-4

- 387 Na armação da figura 13-5, se a resistência de cada fio reto é  $R$ , determine a resistência equivalente entre  $A$  e  $H$ .

- 389 Quando um capacitor é imerso em um meio de constante dielétrica  $\kappa$  e condutividade  $\sigma$ , uma resistência  $R$  é medida entre os seus terminais. Mostre que  $R$  independe da geometria das placas do capacitor e

$$RC = \frac{\kappa}{\sigma},$$

onde  $C$  é a capacitância do capacitor no meio.

- 390 Uma bateria ideal de força eletromotriz igual a 12 V tem seu polo positivo ligado em  $A$  e o negativo, em  $B$ , do conjunto de cinco resistores cujas resistências são todas iguais a  $2 \Omega$  como mostra a figura 13-7 abaixo. Determine:

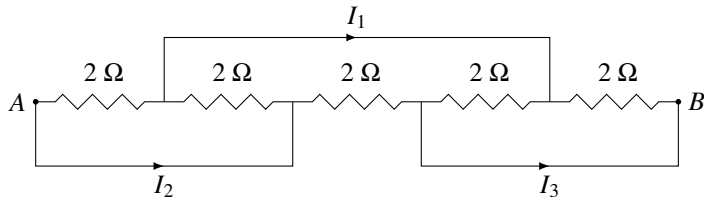


Fig. 13-7

- (a) a resistência equivalente entre  $A$  e  $B$ ;
- (b) as correntes  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  indicadas na figura.
- 391 Neste problema, revisitaremos uma questão famosa de resistência equivalente de circuitos elétricos infinitos. Na figura 13-8Ia abaixo, representamos um circuito infinito numa malha quadriculada em duas dimensões, onde todos os resistores têm valor igual a  $1 \Omega$ . É possível, através de um argumento de sobreposição e linearidade, mostrar que a resistência equivalente entre pontos adjacentes na malha  $A$  e  $B$  é  $R_{AB} = 0,5 \Omega$ . Não é necessário provar este resultado neste problema. Analisaremos duas variações deste circuito, nas quais consideraremos defeitos nas resistências (itens (a) e (b)) e o efeito da geometria da malha (item (c)). Os três itens podem ser resolvidos independentemente.

- (a) Calcule a energia total  $W$  acumulada nos capacitores quando o estado estacionário do sistema é estabelecido.
- (b) Os pontos  $H$  e  $B$  estão conectados em curto. Encontre a carga do capacitor  $C_2$  no novo estado estacionário.

396 Os amperímetros no diagrama de circuito fornecido na figura 13-13 são ideais; as forças eletromotrizes e as resistências internas das baterias estão marcadas na figura. Encontre as leituras dos amperímetros se

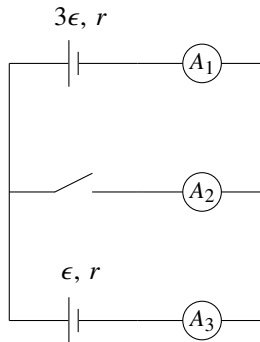


Fig. 13-13

- (a) a chave está fechada;
- (b) a chave está aberta.

Na prática este circuito deve ser usado somente quando houver certeza de que as correntes que aparecem permanecerão nas regiões medidas pelos amperímetros!

397 Uma fonte de tensão é conectada em paralelo com duas lâmpadas, sendo que uma das lâmpadas acende com potência  $k$  vezes maior que a outra. Em seguida, essas lâmpadas são conectadas em série com a mesma fonte de tensão. Quantas vezes varia a potência total dissipada pelas lâmpadas? Será menor ou maior?

398 Todos os terminais da caixa preta indicados na figura 13-14 são conectados por um dado instante. A seguir, se uma bateria de tensão  $U$  estiver conectada



- 403 A figura 13-17 mostra uma rede elétrica que é construída pelos conjuntos de resistências  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ . Em 1, 2, 3, ...,  $n$ , os potenciais elétricos valem respectivamente  $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$ . Sabendo-se que  $V_k = \alpha V_{k+1}$  ( $0 \leq k \leq n-1$  e  $\alpha > 1$  é uma constante positiva), determine a corrente elétrica conduzida por  $R_2$  interligado por 1, em função de  $R_3$  e  $V_0$ .

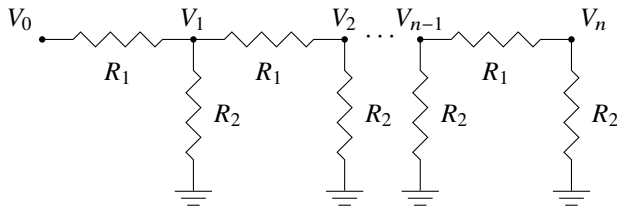


Fig. 13-17

- 404 Nos pontos 1, 2 e 3 do circuito elétrico mostrado na figura 13-18, esferas metálicas inicialmente descarregadas com raios  $a$ ,  $b$  e  $a$ , respectivamente, foram conectadas por meio de condutores longos e finos. Encontre as cargas estabelecidas em cada uma das esferas. Considere que a distância entre as bolas é muito maior que seu tamanho, a carga no próprio circuito elétrico e na conexão entre os condutores sólidos é insignificante e a resistência interna da fonte de corrente é zero.

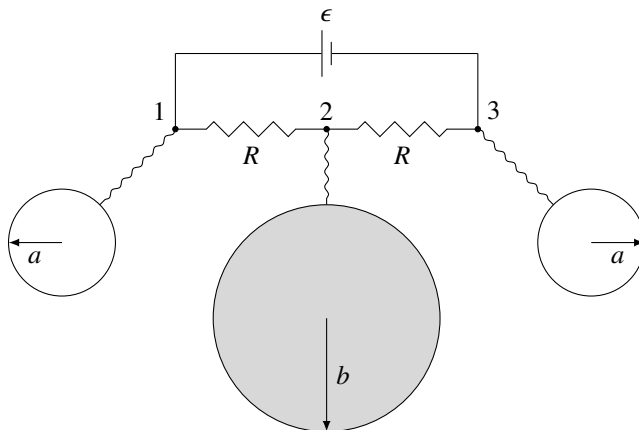


Fig. 13-18

# Capítulo 14

## Magnetismo

### 14.1 Campo Magnético, Ímãs e Bobinas

406 Em 1917, Stewart e Tolman descobriram que uma corrente elétrica é estabelecida através de um cilindro quando este é submetido a um movimento de rotação axial (em torno do eixo de simetria) com uma certa aceleração angular. Podemos tentar determinar esta corrente medindo o campo magnético criado no centro de uma espira que gira com aceleração angular constante. Para isto, um grande número de espiras (raio  $r$  e resistência elétrica  $R$ ), feitas de um fio metálico muito fino, são montadas uniformemente sobre um cilindro de vidro evacuado. O número de espiras por unidade de comprimento ao longo do cilindro é  $n$ . Os planos que contêm as espiras são perpendiculares ao eixo de simetria do cilindro. Num dado momento, o cilindro inicia o movimento de rotação ao redor do eixo de simetria com aceleração angular constante  $\gamma$ . Encontre a intensidade do campo magnético no centro do cilindro, após um tempo suficientemente longo do início do movimento. Assuma que a carga elétrica do elétron  $-e$  e sua massa  $m_e$  são conhecidas. Considere que o metal, do qual as espiras são feitas, é composto basicamente por elétrons livres (cargas negativas) e íons positivos, que compõem a rede cristalina e que permanecem fixos no

- 411 Dois fios semi-infinitos formam um L, conforme mostra a figura 14-2. Eles transportam a mesma corrente  $I$ . A uma distância  $r$  dessa dobra, sob um ângulo  $\theta$  com um dos fios, mede-se a intensidade do campo. Qual é a magnitude desse campo? A permeabilidade magnética no vácuo é  $\mu_0$ .

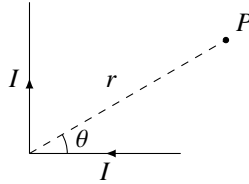


Fig. 14-2

- 412 Um disco de raio  $r$  tem uma densidade de carga elétrica uniforme  $\sigma$ . Em dado momento, ele é posto para girar com velocidade angular uniforme  $\omega$  em torno do seu eixo de simetria, que passa pelo seu centro de forma perpendicular. A uma distância  $h$  do disco, sobre esse eixo, determine a magnitude do campo magnético produzido pelo disco. A permeabilidade magnética no vácuo é  $\mu_0$ .

- 413 Na figura 14-3, um fio fino e isolante forma uma espiral de  $n$  voltas e conduz uma corrente  $I$  uniformemente. Os raios interno e externo são  $a$  e  $b > a$ , respectivamente. Se essas voltas estão bem próximas umas das outras, determine a intensidade do campo magnético no centro dessa espiral. A permeabilidade magnética no vácuo é  $\mu_0$ .

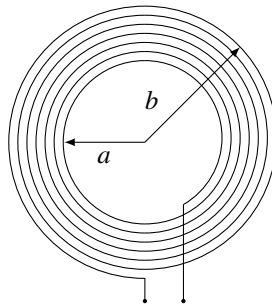


Fig. 14-3

- (A)  $2\pi B I r \sin \theta$       (C)  $2\pi B I r \operatorname{tg} \theta$       (E)  $B I r$   
 (B)  $2\pi B I r \cos \theta$       (D)  $\pi B I r \operatorname{tg} \theta$

- 416 Na figura 14-6, uma partícula com carga elétrica  $q > 0$  e massa  $m$  é projetada sobre um plano horizontal rugoso ( $z = 0$ ) desde um ponto  $(x_0, 0, 0)$  com velocidade inicial  $(0, v_0, 0)$ . Na região, há três campos uniformes:  $(0, 0, -g)$  (gravitacional),  $(0, 0, -E)$  (elétrico) e  $(0, 0, -B)$  (magnético). O coeficiente de atrito entre a partícula e o plano é  $\mu$ . A trajetória dessa partícula é uma espiral, cujo final da trajetória é a origem do sistema de coordenadas. Determine o tempo gasto pela partícula para chegar até a origem desse sistema de coordenadas.

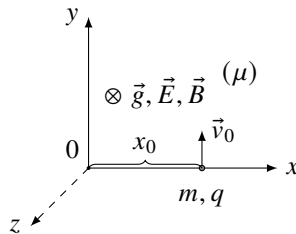


Fig. 14-6

- 417 Na figura 14-7, deixa-se cair uma barra magnetizada (imã) desde uma altura  $h$  em  $t = 0$ . A uma altura  $h/2$ , há uma espira condutora de raio  $r \ll h$ . Quando o imã passa pelo centro da espira, em seu eixo, mede-se o instante  $t = t_1$ . E quando chega ao solo,  $t = t_2$ . Repete-se o experimento retirando a espira, cronometrando  $t_3$  e  $t_4$  em  $h/2$  e 0, respectivamente. Como esses instantes se relacionam?

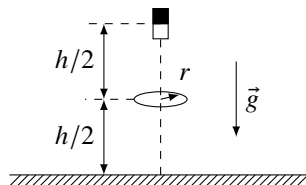


Fig. 14-7

- (a) Determine o campo magnético gerado por essa distribuição de corrente dentro e fora do cilindro como função da distância  $s$  ao seu eixo. A permeabilidade magnética do espaço é  $\mu_0$ .

Considere agora que uma partícula de massa  $m$  e carga  $q$ , positiva, seja colocada na borda do cilindro ( $s = R$ ) e receba uma velocidade  $\vec{v}_0$  ao longo da direção- $z$ , como indica a figura 14-10II. A partir desse momento a partícula passa a adquirir um movimento na direção de  $z$  positivo, influenciado pela ação do campo magnético. Desconsidere quaisquer efeitos de perdas por radiação da partícula acelerada.

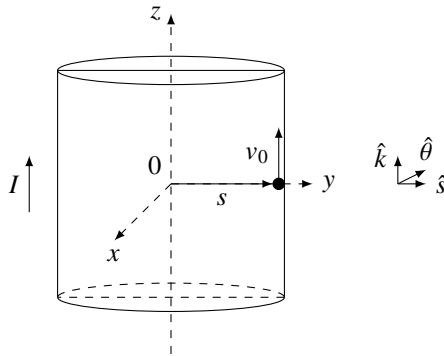


Fig. 14-10II

- (b) Escreva as expressões para a aceleração da partícula na direção  $\hat{k}$  e na direção  $\hat{s}$  como função da posição  $s$ , das velocidades  $v_z$  e  $v_s$ , e dos outros parâmetros dados no problema. Além disso, obtenha  $v_z(s)$ .
- (c) Determine o módulo da velocidade  $\vec{v}_0$  da partícula no início do movimento para que ela atinja a posição  $s = 0$  com velocidade nula na direção  $z$ .
- (d) Determine o menor valor de  $v_0$  para que a partícula inverta seu movimento na direção radial antes de atingir o eixo do cilindro.
- (e) Obtenha uma expressão para a velocidade  $v_s$  como função somente de  $s$  e das constantes dadas no problema. É possível obter os resultados dos itens (c) e (d) com a expressão obtida aqui?

- 430 Dois condutores infinitos estão num mesmo plano desta página. Um deles é unidimensional, que conduz uma corrente  $I_1$ . O outro é bidimensional de espessura  $e$ , cuja corrente tem o mesmo sentido de  $I_1$  mas o seu valor é diferente e igual a  $I_2$ . A distância de uma das bordas do condutor bidimensional ao fio é  $d$ , como mostra a figura 14-14. Na unidade de comprimento, determine a intensidade da força magnética entre eles. A permeabilidade magnética no vácuo é  $\mu_0$ .

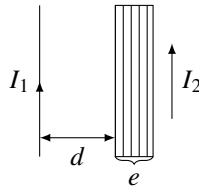


Fig. 14-14

# Capítulo 15

## Indução Eletromagnética

### 15.1 Indução Eletromagnética e Lei de Faraday-Lenz

431 No sistema da figura 15-II, existem duas armações quadradas de arame perpendiculares entre si, com um lado comum  $AD$ . O comprimento do lado do quadrado é  $a$ . A resistência da seção  $AFED$  é  $R_1$ , a resistência de  $AD$  é  $R_2$  e a resistência da seção  $DCBA$  é  $R_3$ . Existe um campo magnético uniforme  $\vec{B}$  na direção do lado  $ED$  (ou  $FA$ ) e é vertical. Em dado instante, esse sistema é colocado para girar em torno do eixo que contém  $AD$  com velocidade angular constante  $\omega$  no sentido anti-horário (ver figura 15-III). Determine a corrente elétrica  $I$  induzida no fio  $AD$  em função do tempo  $t$ .

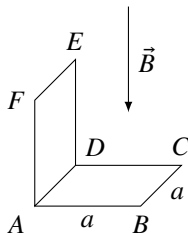


Fig. 15-II

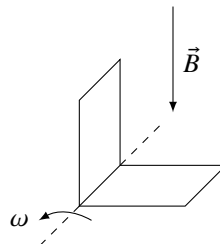


Fig. 15-III

- 435 Uma bobina quadrada feita com fio de resistência desprezível é colocada sobre uma superfície horizontal sem atrito conforme a figura 15-4 abaixo (vista de cima). Esta tem massa  $m$  e lado  $b$ . Um campo magnético  $\vec{B}$  não-uniforme e vertical à superfície horizontal é aplicado ao sistema, sendo a sua dependência dada, em módulo, por  $B = B_0(1 + kx)$ , sendo  $B_0$  e  $k$  constantes. Uma velocidade  $\vec{v}$  (ao longo do eixo- $x$ ) é aplicada rapidamente à bobina num instante muito pequeno de tempo. A bobina é freada totalmente após um intervalo de tempo  $t$ . Encontre a auto-indutância  $L$  da bobina.

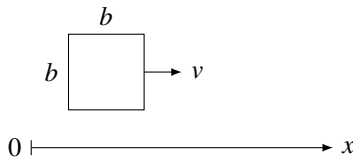


Fig. 15-4

- 436 Uma pequena barra magnetizada com momento magnético  $M$ , que aponta na direção- $x$  de um sistema de referência  $0xyz$ , movimenta-se com velocidade  $\vec{v}$  ao longo do eixo- $x$ . Uma espira circular de raio  $a$  e resistência  $R$  é posicionada no plano  $x = 0$ . O movimento da partícula é na direção da espira se aproximando dela. Determine a força que atua na partícula considerando que a velocidade da partícula é muito menor do que a velocidade da luz no vácuo. Despreze a autoindutância da espira.
- 437 Um anel fino e condutor de cobre de raio  $a$ , condutividade  $\sigma$  e densidade  $\rho$  gira sobre um eixo perpendicular ao campo magnético uniforme  $\vec{B}$  (ver figura 15-5). Sua frequência inicial de rotação é  $\omega_0$ . Calcule o tempo em que a sua frequência decai de  $1/e$  do seu valor original considerando que a potência média dissipada por efeito Joule é a variação da energia cinética do anel. Desconsidere qualquer outro tipo de energia que possa ser envolvida.

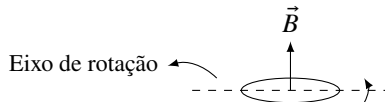


Fig. 15-5



parábola com velocidade nula. Essa barra é sempre perpendicular ao eixo de simetria do fio, conforme mostra a figura 15-11 abaixo. Desprezando que a barra perca o contato com o fio durante seu movimento com velocidade constante  $\vec{v}$ , (a) obtenha a fem induzida na barra, (b) a corrente induzida na barra, uma vez que sua resistência elétrica por unidade de comprimento é  $\lambda$  (a resistência do fio pode ser ignorada) e (c) a potência necessária para manter a barra em movimento uniforme com velocidade  $\vec{v}$ .

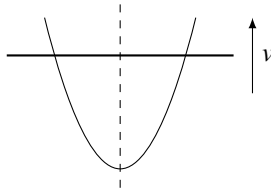


Fig. 15-11

444 Um longo solenóide de comprimento  $l$ , raio  $a$  e  $N$  voltas conduz uma corrente elétrica  $I_0$ . Considere que o eixo de simetria desse solenóide seja o eixo- $z$ . Considere um sistema de coordenadas polares cilíndricas com origem no centro do solenóide. A permeabilidade magnética no vácuo é  $\mu_0$ .

- (a) Em dado momento, estica-se o solenóide ao longo do seu eixo com velocidade  $v$ . Se uma bateria de fem  $\epsilon$  é conectada nos terminais do solenóide de resistência elétrica  $R$ , escreva a equação que descreva a mudança da corrente  $I(t)$  nele.
- (b) Para  $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$ , onde  $\omega$  é a frequência da fonte, determine a intensidade do campo elétrico dentro e fora do solenóide. Aqui, despreze o esticamento do solenóide.

445 Na figura 15-12, uma barra de comprimento  $2a$  é livre para girar num plano vertical, em torno de um eixo horizontal que passa pelo seu centro  $C$ . Um fio reto e infinito está no mesmo plano de rotação da barra a uma distância  $d$  de  $C$ . Esse fio conduz uma corrente uniforme  $I$ . Num instante inicial

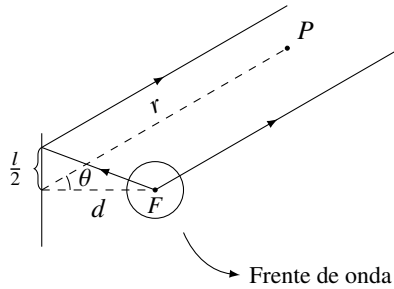


Fig. 15-17

A largura da tira é  $l$  e sua distância até a fonte é  $d$ . A fonte produz ondas cilíndricas com o campo elétrico paralelo à ela. Considere que o campo elétrico, produzido pela fonte, seja harmônico, e a uma distância  $d$  (da fonte), a sua intensidade seja  $E(t) = E_0 \sin(\omega t)$ , onde  $\omega = 2\pi\nu = 2\pi c/\lambda$  é a frequência angular e  $\lambda$  é o comprimento de onda. Seja  $\vec{E}_{\text{dir}}$  o campo elétrico da onda que chega direto da fonte e  $\vec{E}_{\text{ref}}$ , o campo da onda que foi refletido. Assuma que  $\lambda \ll d, l$  de modo que valham os princípios da Óptica Geométrica e, além disso, possamos desprezar a difração nas bordas da tira condutora. Deseja-se saber o campo elétrico  $\vec{E}$  num ponto  $P$  muito distante, a uma distância  $r$  do centro da tira e a um ângulo  $\theta$ , representados no esquema anterior, de modo que possamos considerar os raios diretos e refletidos, que chegam nesse ponto, praticamente paralelos.

- Calcule a intensidade do campo direto  $E_{\text{dir}}(r, \theta)$  para pontos  $P(r, \theta)$  muito distantes, em função de  $r, \theta$  do tempo  $t$  e dos parâmetros básicos do problema como  $d, l, E_0$  e  $\omega$ .
- Calcule a intensidade do campo refletido  $E_{\text{ref}}(r, \theta)$  que chega aos mesmos pontos  $P$ , em função dos mesmos parâmetros e variáveis.
- Calcule a intensidade do campo elétrico total  $E(r, \theta)$  para pontos muito distantes, em função dos mesmos parâmetros e variáveis.
- Suponha que se coloque um anteparo muito afastado da fonte e paralelo à tira metálica. Mostre que a intensidade relativa da onda

Já foi mostrado que a teoria eletromagnética é capaz de chegar nos resultados da teoria de circuitos, com muito mais precisão, embora com muito mais dificuldade (não tirando, pois, o mérito da teoria de circuitos). Na teoria de circuitos costuma-se pensar que a energia dissipada no resistor sai da bateria e é transportada pelos fios que os ligam. No entanto, o Eletromagnetismo diz que, na verdade, a energia sai da bateria e se propaga pelo espaço até chegar ao resistor, onde será dissipada na forma de calor, sendo que os fios só servem como um guia para a energia, sem que nenhuma energia de fato vá dentro deles.

- (a) Vamos assumir que o vetor de Poynting realmente indique o sentido do fluxo de energia num dado ponto, mesmo para campos estáticos. Mostre que na região entre os fios ideais há um fluxo de energia que vai da bateria até o resistor e mostre também que o fluxo de energia no interior dos fios ideais é nulo.
- (b) Usando o teorema de Poynting, prove para um resistor cilíndrico que a potência total penetrando pela sua superfície (de fora para dentro) é justamente o previsto pela teoria de circuito,  $RI^2$ , sendo  $R$  sua resistência e  $I$  a corrente passando por ele. Considere que o resistor é homogêneo (e que a corrente se distribua homogeneamente por sua secção).
- (c) Suponha que uma gigantesca chapa condutora perfeita seja colocada entre a bateria e o resistor com apenas dois pequenos furos para passarem os fios ideais, sem fazer contato com eles (ver figura 15-18II):

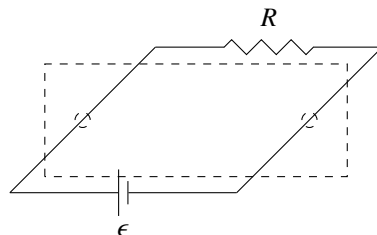


Fig. 15-18II

# Capítulo 16

## Física Moderna

### 16.1 Efeito Fotoelétrico e Princípio da Incerteza

- 456 (i) Um feixe paralelo de luz monocromática incide perpendicularmente em uma superfície plana, conforme mostra a figura 16-II. Se  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  são as respectivas forças exercidas por esse feixe sobre a superfície nos casos em que ela reflete e absorve a luz, completamente, qual será a relação entre  $F_1$  e  $F_2$ ?

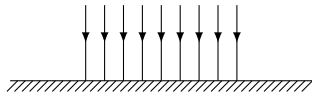


Fig. 16-II

- (A)  $F_1 = F_2$                       (C)  $2F_1 = F_2$                       (E)  $\sqrt{2}F_1 = F_2$   
(B)  $F_1 = 2F_2$                       (D)  $F_1 = F_2\sqrt{2}$

- (ii) Uma onda plana eletromagnética de intensidade  $5 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$  incide numa superfície plana cujo coeficiente de reflexão é 0,5 (ver figura 16-III). O ângulo de incidência é igual a  $45^\circ$ . Determine a pressão normal exercida pela onda nessa superfície.

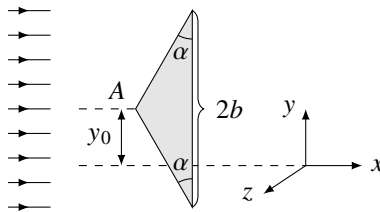


Fig. 16-2

- 459 Uma superfície metálica é iluminada alternativamente com radiação eletromagnética de comprimentos de onda iguais a  $3.000 \text{ \AA}$  e  $6.000 \text{ \AA}$ . Observa-se que os fotoelétrons saem do metal com velocidades máximas na razão  $3 : 1$ , respectivamente. Obtenha a função-trabalho desse metal. Use  $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$ ,  $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ Js}$  (constante de Planck) e  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$  (velocidade da luz no vácuo).

- 460 Suponha que a energia potencial entre um elétron e um próton, separados por uma distância  $r$ , é dada por

$$E_{\text{pot}}(r) = -\frac{e^2}{12\pi\epsilon_0 r^3},$$

onde  $\epsilon_0$  é a permissividade elétrica no vácuo e  $e$ , a carga elementar. Use a teoria de Böhrr para obter os níveis de energia desse átomo hipotético. Considere que a massa do elétron seja  $m_e$  e a constante de Planck,  $h$ .

- 461 Duas partículas carregadas  $A$  e  $B$  movem-se em trajetórias circulares em torno do seu centro de massa sujeitas somente à interação eletrostática (ver figura 16-3). A partícula  $A$  tem massa  $m$  (massa eletrônica) e carga  $+e$  (carga eletrônica). A partícula  $B$  tem massa  $2m$  e carga  $-2e$ . Usando a teoria de Böhrr, obtenha os níveis de energia desse sistema. A permissividade elétrica no vácuo é  $\epsilon_0$  e a constante de Planck,  $h$ .

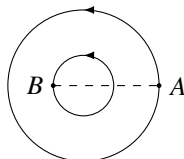


Fig. 16-3

- 468 Suponha que a lei de Coulomb para a interação entre duas cargas elétricas  $q_1$  e  $q_2$  (ver figura 16-4), separadas por  $\vec{r} = r\hat{r}$ , seja dada por

$$\vec{F}(\vec{r}) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r^2} + \frac{k}{r^3} \right) \hat{r},$$

onde  $k$  é uma constante não-nula. A permissividade elétrica no vácuo é  $\epsilon_0$ .

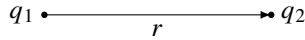


Fig. 16-4

Considerando a teoria de Böhrr para esse sistema, sendo

$$r_B = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}$$

o raio de Böhrr, determine para uma enésima órbita  $n = 1, 2, 3, \dots$ ,

- o raio  $r(n)$  e
- a energia  $E(n)$ .
- Se  $k$  for pequeno o suficiente para que  $k^2$ ,  $k^3$  etc sejam desprezados, calcule a energia de transição  $\Delta E$  entre os níveis  $n = 2$  e  $n = 1$  para esse modelo do átomo de H modificado. A energia de ligação para o modelo original é  $E_0$ .

A massa do elétron é  $m_e$ . A carga elementar é  $e$  e a constante de Planck reduzida é  $\hbar$ .

- 469 Uma bola metálica de massa  $m$  e raio  $r$ , perfeitamente refletora, está sobre um solo horizontal àspero. O coeficiente de atrito entre ela e o solo é  $\mu$ . A esfera é irradiada por dois feixes largos, paralelos e monocromáticos de frequências  $\nu_1$  e  $\nu_2$  pelos seus dois lados opostos, como mostra a figura 16-5. As intensidades desses feixes são  $I_1$  e  $I_2$ .

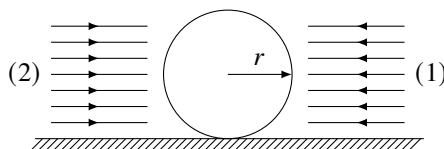


Fig. 16-5

481 Se no referencial  $S$ ,  $a$  é a aceleração de uma partícula na direção do eixo- $x$  e  $u = u_x$ , a sua velocidade num instante  $t$  qualquer, (a) calcule, para este mesmo instante, a sua aceleração  $a'$  para o referencial  $S'$ , que se move a uma velocidade  $\vec{v}$  em relação a  $S$ . (b) Para  $a' = \alpha = \text{cte}$ , obtenha  $u_x(t)$ . Use  $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$  como sendo o fator de Lorentz, onde  $c$  é a velocidade da luz no vácuo.

482 A reflexão da luz sobre um espelho em movimento relativístico não é um problema teoricamente novo. Einstein havia discutido a possibilidade de obter a fórmula da reflexão usando as transformações de Lorentz para um espelho móvel com velocidade  $\vec{v}$  próxima da velocidade da luz no vácuo  $c$ . Pelo outro lado, isso também é determinável usando um método relativamente simples. Considere o processo de reflexão, como mostrado pela figura 16-8 abaixo, devido a um espelho plano  $S'$  se movimentando com velocidade  $\vec{v}$ , de acordo com o referencial do laboratório  $S$ . Esse espelho forma um ângulo  $\phi \leq 90^\circ$  com a direção de  $\vec{v}$ , também medido por  $S$ . O raio incidente em  $S'$  faz um ângulo  $\theta_0$  com a direção normal ao espelho e o raio refletido, um ângulo  $\theta$ , ambos medidos por  $S$ . Com isso, obteve-se a relação

$$\text{sen } \theta_0 - \text{sen } \theta = \frac{v}{c} \text{sen } \phi \text{sen}(\theta_0 + \theta),$$

onde  $c$  é a velocidade da luz no vácuo. Usando o comportamento ondulatório da luz, prove essa *lei da reflexão relativística*.

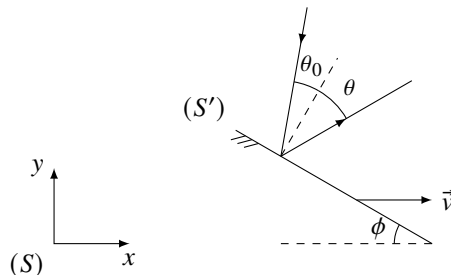


Fig. 16-8

aplicação de campos magnéticos. O interior dos tubos é mantido em ultra-alto vácuo e os eletroímãs utilizados, que geram campos magnéticos cujas intensidades variam até  $B$ , são resfriados até temperaturas próximas do zero absoluto. No LHC, dois feixes de prótons são acelerados até velocidades próximas a da luz,  $c$ , e colocados em rota de colisão frontal. Essas colisões de altas energias geram fenômenos muito interessantes para a Física de Partículas. A massa de repouso do próton é  $m_p$  e sua carga elétrica,  $+e$ . Calcule expressões para a energia máxima atingida pelos prótons no LHC considerando efeitos (a) clássicos e (b) relativísticos.

- 498 Em um *loop* quadrado de lado  $L$ , um grande número de bolinhas metálicas de raios desprezíveis e cargas iguais a  $q$  move-se com velocidade  $u$ , medida pelo referencial da armação ( $S'$ ). A separação entre duas delas adjacentes é sempre constante e igual a  $a \ll L$ . O fio não-condutor, que constitui o quadrado, tem uma densidade linear de carga uniforme e homogênea. A carga total dele é igual e oposta à carga total dessas bolinhas, no referencial do loop. Esse loop, por sua vez, está em movimento com velocidade constante  $\vec{v}$  numa região onde existe um campo elétrico de módulo  $E$ , perpendicular à  $\vec{v}$  e que faz um ângulo  $\theta$  com o plano do loop, como mostra a figura 16-16 abaixo. A direção de  $\vec{v}$  é do lado  $AB$ . Sendo  $c$  a velocidade da luz no vácuo, no referencial fixo  $S$ , determine:

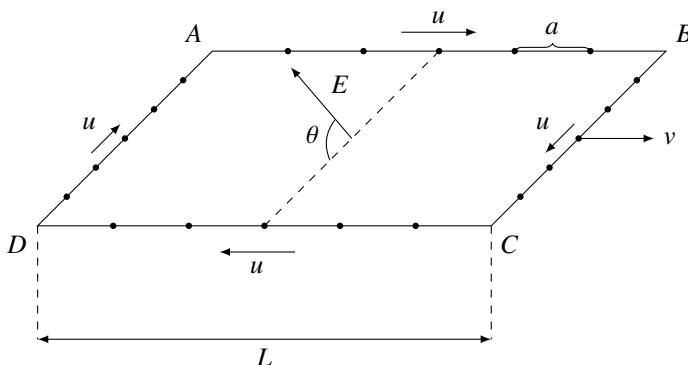


Fig. 16-16



- 001 Podemos escrever  $g$  como  $g = 4\pi^2 l/T^2$ , disso, colocando os erros de  $T$ ,  $l$  e  $g$ , temos

$$\begin{aligned} g \pm \delta g &= 4\pi^2 \left[ \frac{l \pm \delta l}{(T \pm \delta T)^2} \right] \cong g \left( 1 \pm \frac{\delta l}{l} \right) \left( 1 \mp \frac{2\delta T}{T} \right) \\ &\cong g \left( 1 \mp \frac{2\delta T}{T} \pm \frac{\delta l}{l} \right) \implies \frac{\delta g}{g} = \frac{\delta l}{l} - \frac{2\delta T}{T}. \end{aligned}$$

Usando os valores,

$$\frac{\delta g}{g} = \frac{0,1}{10} - \frac{2 \cdot 0,02}{0,5} \implies \left| \frac{\delta g}{g} \right| = 7\%.$$

- 002 Sendo  $r$  a resistência interna da bateria e  $I$ , a corrente que a atravessa, a fem  $\epsilon$  será dada por  $\epsilon = (r + R)I$ . Então, colocando os erros, temos

$$\begin{aligned} \epsilon + \delta\epsilon &= (r + R + \delta R)(I + \delta I) \\ &= \underbrace{(r + R)I + I\delta R + r\delta I + R\delta I + \delta R\delta I}_{\epsilon} \\ &\cong \epsilon + R\delta I + r\delta I + I\delta R, \end{aligned}$$

ou seja

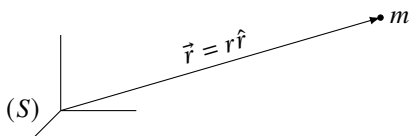
$$\frac{\delta\epsilon}{\epsilon} = \frac{\delta I}{I} + \left( 1 + \frac{r}{R} \right)^{-1} \frac{\delta R}{R}.$$

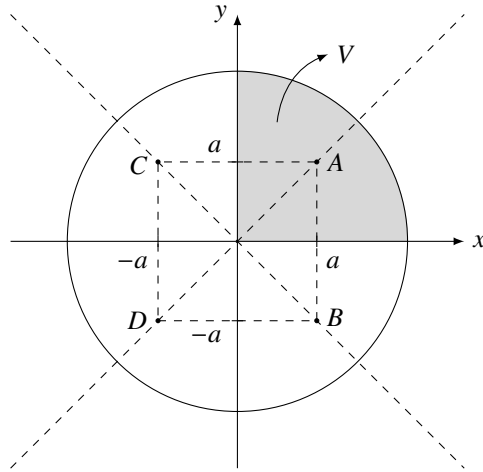
Quando há precisão em medir  $\epsilon$  com o aumento de  $R$ , é necessário que  $\delta I$  seja muito pequeno (a corrente elétrica é medida com precisão também).

Disso,  $R \gg r$ , portanto

$$\left| \frac{\delta\epsilon}{\epsilon} \right| \cong \left( 1 - \frac{r}{R} \right) \frac{\delta R}{R}.$$

- 003 Considere um ponto material de massa  $m$  com posição  $\vec{r}$  para um dado referencial inercial  $(S)$ , que esteja submetido a uma força central  $\vec{F}(\vec{r}) = F(r)\hat{r}$ , com  $\hat{r} = \vec{r}/r$  sendo o vetor unitário na direção de  $\vec{r}$ . Pela 2ª lei de Newton





A posição do CM é uma função linear sobre as posições  $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n$  de um sistema de  $n$  partículas de massas  $m_j$  ( $j = 1, 2, 3, \dots, n$ ) e de massa  $M = m_1 + m_2 + \dots + m_n$  dada por

$$\vec{r}_{\text{CM}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n) = c_1 \vec{r}_1 + c_2 \vec{r}_2 + \dots + c_n \vec{r}_n, \quad c_j = \frac{m_j}{M}.$$

Temos um sistema de  $n = 4$  partículas  $A = (a, a)$ ,  $B = (a, -a)$ ,  $C = (-a, a)$  e  $D = (-a, -a)$  com massas iguais a  $m_A = \rho V$ ,  $m_B = 2\rho V$ ,  $m_C = 3\rho V$  e  $m_D = 4\rho V$ . Disso

$$\vec{r}_{\text{CM}} = \frac{\rho V(a, a) + 2\rho V(a, -a) + 3\rho V(-a, a) + 4\rho V(-a, -a)}{\rho V + 2\rho V + 3\rho V + 4\rho V} = \left( -\frac{2a}{5}, -\frac{a}{5} \right),$$

ou seja,  $x_{\text{CM}} = -2a/5$  e  $y_{\text{CM}} = -a/5$ , então,  $y = x/2$ , que é a curva descrita pelo centro de massa.

023 Para  $x$  por  $y$  nas funções dadas, temos

$$\begin{aligned} \phi(x)\phi(y) &= \frac{a^{x+y} + a^{x-y} + a^{-x+y} + a^{-x-y}}{4}, \\ \psi(x)\psi(y) &= \frac{a^{x+y} - a^{x-y} - a^{-x+y} + a^{-x-y}}{4}, \\ \phi(x)\psi(y) &= \frac{a^{x+y} - a^{x-y} + a^{-x+y} + a^{-x-y}}{4} \text{ e} \\ \phi(y)\psi(x) &= \frac{a^{x+y} - a^{-x+y} + a^{x-y} + a^{-x-y}}{4}, \end{aligned}$$

Se não tivéssemos os lados onde a bola colide,  $A'$  seria o ponto de lançamento dela, percorrendo  $A'B$  até atingir  $B$ . Assim, no triângulo destacado, temos

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2b}{2a - c} \implies \boxed{\alpha = \operatorname{arctg} \left( \frac{2b}{2a - c} \right)}.$$

Se a velocidade de lançamento é  $\vec{v}_0$ , a linha poligonal orientada na figura acima tem comprimento  $l = v_0 \Delta t_{AB}$ . O segmento  $A'B$  terá comprimento  $l' = v_0 \Delta t_{AB}$ , ou seja,  $l' = l$ .

**036 Alternativa A**

Como todo círculo é uma elipse com semieixos iguais (aqui, numericamente,  $v_0 = \tau$ ), temos, para  $A$

$$\frac{t^2}{\tau^2} + \frac{v_A^2}{v_0^2} = 1,$$

e derivando isso implicitamente com o tempo

$$\frac{2t}{\tau^2} + \frac{2v_A}{v_0^2} a_A = 0 \implies a_A = -\frac{v_0^2 t}{v_A \tau^2}.$$

Disso

$$a_A^2 = \frac{v_0^4 t^2}{\tau^4 v_A^2} = \frac{v_0^2 t^2}{\tau^4} \left( \frac{1}{1 - t^2/\tau^2} \right) \implies \boxed{a_A = -\frac{v_0 t}{\tau \sqrt{\tau^2 - t^2}}}.$$

No gráfico de  $A$ , para  $t = \tau$ , a distância percorrida por  $A$  será

$$x_A = \frac{1}{4} \cdot \pi v_0^2 = \frac{\pi v_0 \tau}{4},$$

que é a distância percorrida também de  $B$ . Como  $v_B = a_B t$

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2,$$

e tomando  $t = \tau$

$$x_A(\tau) = x_B(\tau) \implies \frac{\pi v_0 \tau}{4} = \frac{a_B \tau^2}{2} \implies \boxed{a_B = \frac{\pi v_0}{2\tau}}.$$

E o valor de  $t_0$  será tal que  $v_A = v_B$

$$\frac{t_0^2}{\tau^2} + \frac{\pi^2 v_0^2}{4\tau^2} t_0^2 = t_0^2 \left( \frac{4 + \pi^2}{4\tau^2} \right) = 1 \implies \boxed{t_0 = \frac{2\tau}{\sqrt{4 + \pi^2}}}.$$

o mesmo sinal positivo ou sinais contrários uma vez que  $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta > 0$ . Pela definição formal de média aritmética,  $h/d$  não é uma média aritmética entre tais tangentes pois elas podem assumir valores negativos.

045 As equações horárias  $x(t)$  e  $y(t)$  desse projétil serão

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha t \\ y = -v_0 \operatorname{sen} \alpha t + \frac{1}{2} g t^2 \end{cases},$$

então a equação da trajetória  $y = y(x)$  será

$$y = \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 - x \operatorname{tg} \alpha.$$

As possíveis interseções de  $y = ax^2$  com a trajetória são tais que

$$\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 - x \operatorname{tg} \alpha = ax^2 \implies \left( \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} - a \right) x = \operatorname{tg} \alpha,$$

ou seja, para não haver soluções,  $x < 0$ , já que o disparo acontece na região  $x \geq 0$ . Disso

$$\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} - a \leq 0 \implies (v_0)_{\min} = \frac{1}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{g}{2a}}.$$

046 (a) O tempo gasto pelo avião para descrever o semicírculo será

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \implies t_1 - t_0 = \frac{\pi R}{v} \implies t_1 = \frac{\pi r}{v},$$

sendo  $R$  o raio da sua trajetória. Os instantes  $t_0$  e  $t = t_1$  permitem que os aviões se vejam da mesma forma (não existe diferença de tempo nas viagens das informações provenientes do avião da direita). Em  $t = t_1$ , a configuração do sistema será (ver figura I):

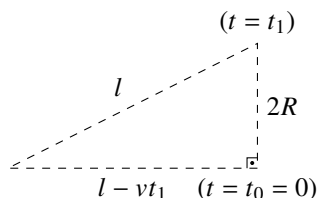


Fig. I

A constante  $\alpha$  pode ser obtida como

$$\cos \alpha = \frac{4\mu_2}{\sqrt{16\mu_2^2 + (1 + \mu_1\mu_2)^2}}, \quad \text{sen } \alpha = -\frac{(1 + \mu_1\mu_2)}{\sqrt{16\mu_2^2 + (1 + \mu_1\mu_2)^2}},$$

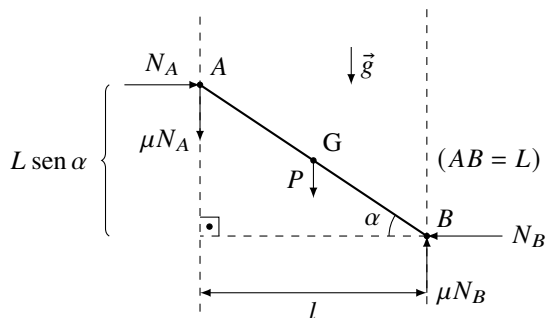
ou seja

$$\text{tg } \alpha = -\left(\frac{1 + \mu_1\mu_2}{4\mu_2}\right).$$

Portanto

$$\theta = \arcsen \left[ \frac{1 - 3\mu_1\mu_2}{\sqrt{16\mu_2^2 + (1 + \mu_1\mu_2)^2}} \right] + \text{arctg} \left( \frac{1 + \mu_1\mu_2}{4\mu_2} \right).$$

- 070) Sejam  $A$  e  $B$  os pontos de contato da barra com as paredes. Identificando todas as forças que agem em  $AB$ , partindo do pressuposto de que  $A$  “salte” e  $B$  “caia”, temos:



Para que a haste não gire (em relação a  $A$ ), temos

$$N_B L \text{sen } \alpha \leq \mu N_B L \text{cos } \alpha \implies \text{tg } \alpha \leq \mu,$$

mas,  $l = L \text{cos } \alpha$ , disso

$$\text{tg}^2 \alpha \leq \mu^2 \implies \frac{L^2}{L^2 \text{cos}^2 \alpha} - 1 \leq \mu^2 \implies \frac{L^2}{l^2} - 1 \leq \mu^2 \implies L \leq l\sqrt{1 + \mu^2},$$

evidentemente,  $l \leq L$ , pois  $0 < \text{cos } \alpha \leq 1$ , assim

$$l \leq L \leq l\sqrt{1 + \mu^2}.$$

ou seja, o CM sempre estará em repouso, independente dos movimentos e das colisões. Veja o esquema a seguir (ver figura I) que mostra a 1ª colisão da arruela com a superfície em  $t = 0$ :

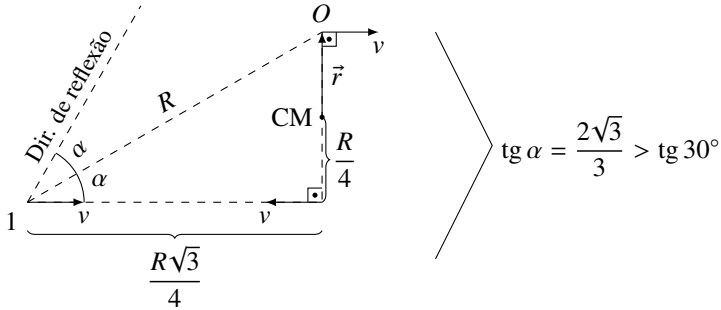


Fig. I

O tempo que a arruela leva para colidir (1ª vez) com a superfície interna será

$$R \cos 30^\circ = (v + v)t_1 \implies t_1 = \frac{R\sqrt{3}}{4v}.$$

E o eixo do cilindro terá percorrido nesse tempo uma distância

$$\Delta s_1 = vt_1 = \frac{R\sqrt{3}}{4}$$

e a distância entre o eixo e o CM nesse momento será

$$r_1 = \sqrt{\left(\frac{R}{4}\right)^2 + \left(\frac{R\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{4R^2}{16}} = \frac{R}{2}.$$

Em  $t = 0$ , a distância entre CM e o eixo do cilindro ( $O$ ) é  $r_0 = R/4 < r_1$ , ou seja, a maior distância alcançada pelo eixo com respeito ao CM será  $R/2$ . O vetor  $\vec{r}$  é para ver como é a trajetória do eixo. Sendo os movimentos da arruela e do eixo opostos, sempre,  $\vec{r}$  e  $-\vec{r}$  têm deslocamentos iguais para qualquer tempo  $\Delta t$  desde  $t = 0$  (configuração da figura). Até ocorrer um ciclo de colisões, teremos três colisões efetuadas. Isso significa que o trecho seguido pelo eixo será um triângulo equilátero de lado  $R\sqrt{3}/2$  inscrito num círculo de raio  $R/2$  centrado em CM, como mostra a figura II abaixo:

A razão  $\Delta E/E$  já é positiva, então,  $\Delta r < 0$ .

(c) Se o raio diminui lentamente, ou seja,  $|\Delta r| \ll r$ , podemos aproximar as órbitas por círculos concêntricos espaçadas por  $\Delta r$  (ver figura II). Usando o teorema das forças dissipativas, vem, para  $n$  voltas

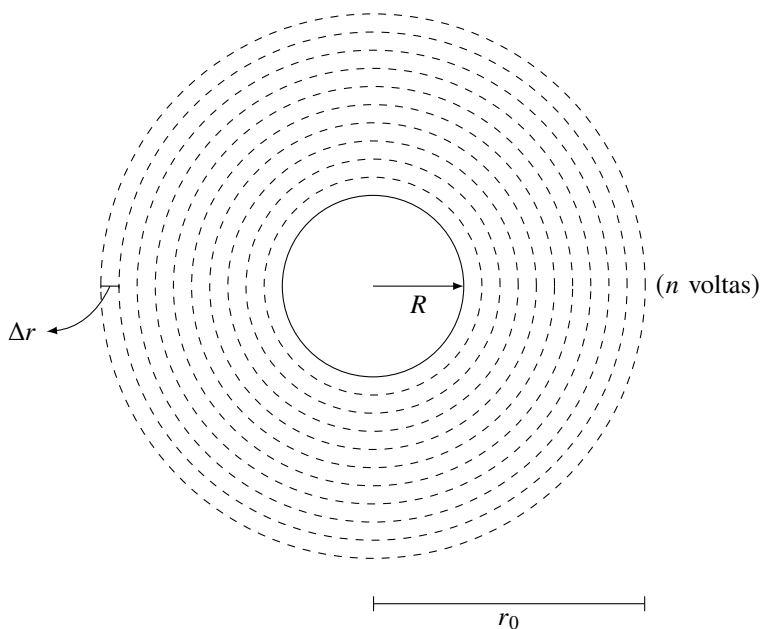


Fig. II

$$\begin{aligned}
 & F\{2\pi(r_0 + R) + 2\pi(r_0 + R - \Delta r) \\
 & \quad + 2\pi(r_0 + R - 2\Delta r) + \dots \\
 & \quad + 2\pi[r_0 + R - (n-1)\Delta r]\} = -\frac{GmM}{2(r_0 + R) - 2(n-1)\Delta r} + \frac{GmM}{2(r_0 + R)} \\
 & 2\pi F \left[ n(r_0 + R) - \frac{n(n-1)}{2}\Delta r \right] = -E \left\{ \left[ 1 - \frac{(n-1)\Delta r}{r_0 + R} \right]^{-1} - 1 \right\} \\
 & 2\pi F \left[ n(r_0 + R) - \frac{n(n-1)}{2}\Delta r \right] \cong -\frac{E(n-1)\Delta r}{r_0 + R},
 \end{aligned}$$

onde tomamos  $n \rightarrow \infty$ , pois  $\Delta r \rightarrow 0$ . Note que  $r_0 + R - (n-1)\Delta r = R$

(b) Considere que o átomo de H esteja sobre uma esfera imaginária de raio  $r$ . Somente o que está dentro dessa esfera atrairá esse átomo. Pela lei de Gauss, o campo gravitacional em  $r$  será

$$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{GNm}{r^2},$$

já que  $N$  é muito grande. Assim

$$F_g = mg = \frac{GNm^2}{r^2}.$$

(c) Veja a gravura a seguir:

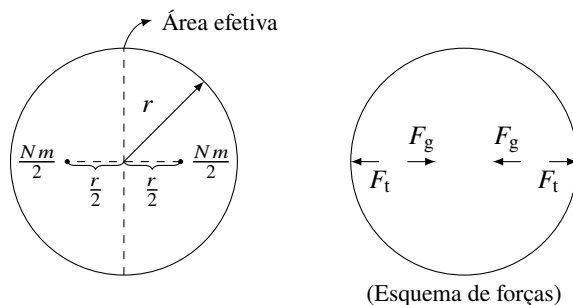


Fig. I

Sabemos que dentro de uma esfera de massa  $M$  e raio  $R$ , o campo gravitacional num ponto  $P$  tem módulo que é linear com a distância radial de  $P$  ao seu centro ( $x$ ). Vetorialmente,

$$\vec{g}(\vec{x}) = -\frac{GM}{R^3} \vec{x}.$$

Suponha que  $P$  contenha um elemento de massa  $dM$ , então, a força sobre ele será

$$\vec{F} = \int \vec{g} dM = -\frac{GM}{R^3} \int \vec{x} dM = -\frac{GMm_{CM}}{R^3} \vec{x}_{CM},$$

onde  $m_{CM}$  é a massa total do sistema concentrada no centro de massa e  $\vec{x}_{CM}$ , a sua posição. No nosso caso, a força entre os dois hemisférios na figura I pode ser dada pela figura II:



Calculando a distância e o tamanho da imagem de cada um desses pontos, vem

(i) para  $A$ ,  $p_A = a + 2f$  e  $o_A = b$ , então

$$p'_A = -\frac{f(a+2f)}{a+2f-f} = -\left(\frac{a+2f}{a+f}\right)f, \quad i_A = -\frac{\left(\frac{a+2f}{a+f}\right)f}{a+2f} b = -\left(\frac{b}{a+f}\right)f.$$

(ii) Para os pontos restantes,  $B$ ,  $C$  e  $D$ , obtemos

$$p'_B = -\frac{2f^2}{2f-f} = -2f, \quad i_B = -\frac{2f}{2f} b = -b,$$

$$p'_C = -2f, \quad i_C = 0 \text{ e}$$

$$p'_D = -\left(\frac{a+2f}{a+f}\right)f, \quad i_D = 0.$$

Disso, a imagem desse retângulo será um trapézio como mostra a figura II:

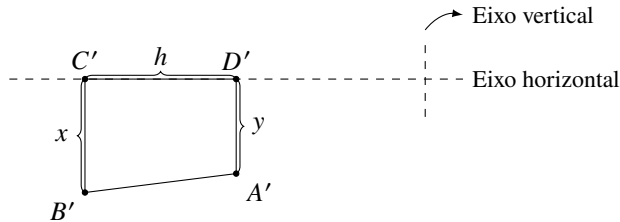


Fig. II

As dimensões dessa imagem serão

$$h = \left| \frac{(a+2f)f}{a+f} - 2f \right| = \left| \frac{af + 2f^2 - 2af - 2f^2}{a+f} \right| = \frac{af}{a+f},$$

$$y = \frac{bf}{a+f} \text{ e } x = b,$$

ou seja,  $x + y = \left(\frac{a+2f}{a+f}\right)b$ . Logo

$$[A'B'C'D'] = \left(\frac{x+y}{2}\right)h \implies [A'B'C'D'] = \frac{(a+2f)f}{2(a+f)^2} [ABCD],$$

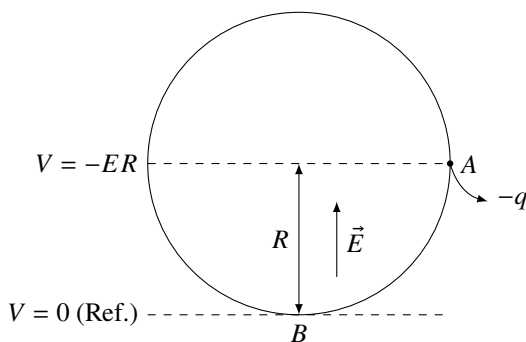
onde  $[ABCD] = ab$ .

$$\begin{aligned}
 E_{\text{pot}} &= E_{12} + E_{13} + E_{14} + \dots \\
 &\quad + E_{23} + E_{24} + E_{25} + \dots \\
 &\quad + E_{34} + E_{35} + E_{36} + \dots \\
 &= -\frac{2k_0q^2}{a} + \frac{2k_0q^2}{2a} - \frac{2k_0q^2}{3a} + \frac{2k_0q^2}{4a} - \dots \\
 &\quad + \frac{k_0q^2}{a} - \frac{2k_0q^2}{a} + \frac{2k_0q^2}{2a} - \frac{2k_0q^2}{3a} + \frac{2k_0q^2}{4a} - \dots \\
 &\quad - \frac{k_0q^2}{2a} + \frac{k_0q^2}{a} - \frac{2k_0q^2}{a} + \frac{2k_0q^2}{2a} - \frac{2k_0q^2}{3a} + \frac{2k_0q^2}{4a} - \dots \\
 &= -\left(\frac{N-1}{2}\right)qV_{\text{red}} + NqV_{\text{red}} \\
 &\cong \frac{N}{2}qV_{\text{red}},
 \end{aligned}$$

disso

$$\boxed{\frac{E_{\text{pot}}}{N} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2 \ln 2}{a}}.$$

- 369 Seja  $q$  a carga elétrica do pedaço retirado. Se o anel tem distribuição uniforme de carga,  $\lambda = Q/l_0 = \text{const.}$  Disso,  $q = \lambda l = Ql/l_0$ , com  $l_0 = 2\pi R$ . O espaço que ficou, pelo princípio da superposição, teria carga oposta de  $q$ , ou seja,  $q_0 = -q = -Ql/l_0$ . Esse pedaço girará no sentido horário até atingir  $B$ , onde o anel terá velocidade máxima, disso:



$$\frac{1}{2}m(\omega R)^2 = qER = \frac{QE l}{2\pi} \implies \boxed{\omega = \sqrt{\frac{QIE}{\pi m R^2}}}.$$

Tomando  $\theta = 45^\circ$  e  $\theta' = 30^\circ$ , vem

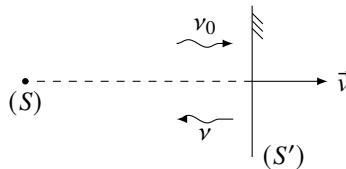
$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{3}}{3} &= \frac{\sqrt{2}}{\gamma \left( \sqrt{2} - \frac{2v}{c} \right)} \\ \left( \sqrt{2} - \frac{2v}{c} \right)^2 &= \left( \frac{3\sqrt{2}}{\gamma\sqrt{3}} \right)^2 = 6 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \\ 2 + \frac{4v^2}{c^2} - \frac{4\sqrt{2}v}{c} &= 6 - \frac{6v^2}{c^2} \\ \frac{10v^2}{c^2} - \frac{4\sqrt{2}v}{c} - 4 &= 0,\end{aligned}$$

com raízes

$$\frac{v}{c} = \frac{4\sqrt{2} \pm \sqrt{32 + 160}}{20} = \frac{\sqrt{2} \pm 2\sqrt{3}}{5} \Rightarrow v = \left( \frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{5} \right) c.$$

A solução foi descartada porque o referencial móvel tem o mesmo sentido de movimento da fonte.

- 494 Chame  $S'$  o referencial do espelho (móvel) e  $S$ , do observador (parado). Por efeito Doppler,  $S$  pode ser uma fonte ou um observador, ambos fixos. No caso da fonte  $S$ , o espelho ( $S'$ ) seria o observador se afastando de  $S$ . No caso do observador (virtual)  $S$ , o espelho ( $S'$ ) seria a fonte (virtual) se afastando de  $S$ . Disso



Entre  $S$  (fonte parada) e  $S'$  (observador se afastando da fonte), temos

$$v_1 = v_0 \gamma \left( 1 - \frac{v}{c} \right),$$

e entre  $S'$  (fonte se afastando do observador) e  $S$  (observador parado),

$$v_2 = v = \frac{v_1}{\gamma \left( 1 + \frac{v}{c} \right)},$$